

**VŠB – Technická univerzita Ostrava**  
**Fakulta elektrotechniky a informatiky**  
**Katedra elektroenergetiky**

**Mechanický návrh zesilovacího vedení.**  
**Mechanical design of the power traction feeder line.**



## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Lukáš Slavík**  
Studijní program: N2649 Elektrotechnika  
Studijní obor: 3907T001 Elektroenergetika  
Téma: **Mechanický návrh zesilovacího vedení**  
**Mechanical design of the power traction feeder line**

Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

1. Trakční vedení
2. Mechanika zavěšeného vodiče
3. Program pro výpočet stavové rovnice vodorovného pole
4. Montážní tabulky a montážní křivky pro konkrétní vodiče

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Varga, L.; Lesčinský, P.; Beňa, L.: Výpočet mechanických pomerov silových vedení, TU Košice 2002
- [2] Kiessling, F., Puschmann, R., Schmieder, A.: Contact Lienes for Electric Railways, Siemens AG, Berlin und Munich 2001
- [3] Lanáková, G., Oslovič, V.: Pevné elektrické trakčné zariadenia, skriptum VŠDS 2006
- [4] ČSN EN 50 423 – 3 Elektrická venkovní vedení s napětím nad AC 1 kV do AC 45 kV včetně - Část 3: Soubor Národních normativních aspektů

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Josef Paleček, CSc.**

Datum zadání: 01.09.2018

Datum odevzdání: 30.04.2019



  
prof. Ing. Stanislav Rusek, CSc.  
vedoucí katedry

  
prof. Ing. Pavel Brandštetter, CSc.  
děkan fakulty

**Prohlášení studenta**

*„Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal“.*

V Ostravě dne: 25. 04. 2019

Podpis studenta:



### **Poděkování**

Děkuji vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Josef Palečkovi, CSc. za jeho ochotný přístup a odborné rady při řešení mé diplomové práce.

## **Abstrakt**

Diplomová práce se zaměřuje na vytvoření programu pro mechanický výpočet zesilovacího vedení. V úvodní části jsou popsány jednotlivé druhy trakčního vedení, dále je teoreticky rozebrána mechanika trakčního vedení. V práci jsou uvedeny postupy při výpočtech mechaniky závěsného vodiče v závislosti na klimatických podmínkách. Také je zde vysvětlena architektura a funkce výpočetního programu. V závěru práce jsou montážní tabulky a montážní křivky pro konkrétní vodič při různých rozpětích a klimatických podmínkách.

## **Klíčová slova**

Elektrizované dráhy, trakční vedení, zesilovací vedení, mechanika závěsného vodiče, klimatické vlivy.

## **Abstract This**

The thesis focuses on the creation of a program for mechanical calculation of the amplification lines. In the introductory part there are described various types of traction lines. Furthermore, the mechanics of traction lines is theoretically analyzed. The paper describes the procedures for calculating the suspension wire mechanics depending on climatic conditions. Then there is explained the architecture and function of the computing program. At the end of the thesis there are mounting tables and installation curves for a particular conductor at different spans and climatic conditions.

## **Key words**

Electric railways, traction lines, amplifier wire, suspension wire mechanics, climatic influences.

## Obsah

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ .....	3
ÚVOD.....	5
1 Trakční vedení .....	6
1.1 Druhy trakčního vedení .....	6
1.2 Části trakčního vedení .....	6
1.3 Trolejové vedení .....	7
1.4 Napnutí vodiče .....	8
1.5 Druhy trakčních jednotek.....	10
1.6 Napájecí kolejnice.....	10
2 Mechanika závěsného vodiče .....	11
2.1 Odvození průhybové křivky .....	11
2.2 Mechanika zavěšeného vodiče (Souměrný průhyb vodiče).....	14
2.2.1 Průhyb vodiče v libovolném bodě .....	15
2.2.2 Mechanické napětí vodiče .....	16
2.3 Mechanika nesouměrně zavěšeného vodiče. ....	18
2.3.1 Maximální průhyb .....	20
2.3.2 Délka nesouměrné řetězovky.....	20
2.3.3 Mechanické napětí vodiče .....	21
2.4 Klimatické podmínky a jejich vliv na mechaniku zavěšeného vodiče .....	23
2.4.1 Vlastní tíha vodiče .....	23
2.4.2 Zatížení větrem .....	23
2.4.3 Dynamický tlak větru .....	24
2.4.4 Tlak větru na části venkovního vedení .....	24
2.4.5 Zatížení námrazou .....	25



2.4.6	Kombinovaná zatížení větrem a námrazou .....	27
2.4.7	Účinky tepla.....	29
2.4.8	Zabezpečovací zatížení.....	29
2.5	Stavová rovnice napnutého vodiče .....	31
2.5.1	Stanovení stavové rovnice .....	31
2.5.2	Kritické rozpětí .....	32
2.5.3	Kritická teplota .....	32
3	Program pro výpočet stavové rovnice vodorovného pole .....	34
3.1	Okno pro zadání hodnot.....	34
3.2	Výpočet zadaných hodnot.....	36
4	Montážní tabulky a montážní křivky pro konkrétní vodiče .....	39
4.1	Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N0.....	39
4.2	Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N1 .....	40
4.3	Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N2.....	42
4.4	Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N3 .....	43
4.5	Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N5 .....	45
4.6	Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N8.....	46
4.7	Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N12.....	48
4.8	Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N18.....	49
	Závěr.....	51
	Seznam obrázků.....	52
	Seznam tabulek.....	53
	Použita literatura.....	54

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

Symbol	jednotky	Význam symbolů
$a$	m	Vzdálenost
$a_{\text{krit}}$	m	Kritická vzdálenost
$d$	m	Průměr vodiče
$h$	m	Výška stožáru
$F$	N	Síla
$F_V$	N	Vertikální síla
$F_H$	N	Horizontální síla
$l$	m	Délka lana
$l_s$	m	Skutečná vzdálenost vodiče
$f$	m	Průhyb vodiče
$q_l$	N/m	Vlastní tíha lana
$q$	N/m	Tíha vodiče
$q_h$	N/m	Dynamický tlak větru
$\sigma$	MPa	Mechanické napětí
$\sigma_V$	MPa	Vertikální mechanické napětí
$\sigma_H$	MPa	Horizontální mechanické napětí
$y$	$\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$	Měrná tíha vodiče
$z$	-	Přetažení
$\psi$	-	Koeficient námrazou a větrem
$c$	-	Parametr řetězovky
$E$	MPa	Modelova pružnost
$\theta$	$^{\circ}\text{C}$	Teplota
$\theta_{\text{krit}}$	$^{\circ}\text{C}$	Kritická teplota
$\alpha$	$\text{K}^{-1}$	Koeficient roztažnosti

$S$	m	Obsah vodiče
$V_{\text{ref0}}$	m/s	Rychlost větru
$C_{\text{alt}}$	-	Součinitel nadmořské výšky.

## ÚVOD

Po celém světě existuje široká škála elektrických trakčních systémů, které byly postaveny podle různých druhů železnic, jejího umístění a technologií dostupných v době instalace. Mnoho drah, které jsou dnes provozu, bylo postaveno před více než 100 lety, když byla elektrická trakce teprve v rozvoji. V posledních 20 letech došlo k rychlému rozvoji železnic. To probíhalo souběžně s vývojem výkonové elektroniky a mikroprocesorů.

V České republice byla elektrizována první železniční trať mezi Bechyní a Tábořem v roce 1905. Napěťové hladiny se postupem času ustálily na hodnotách 600 V, 750 V a 1500 V. Tyto napájecí soustavy jsou využívány dodnes zvláště pro napájení městských drah. V železniční trakci hraje zatím stále důležitou úlohu i napětí 1 500 V a to hlavně na jihu Francie a Nizozemska.

Další rozšiřování elektrizace započalo až v 40. letech minulého století. Kvůli rostoucím požadavkům na výkon, který je úměrný napětí, došlo ke zvýšení používaného stejnosměrného napětí na 3 kV. Ve stejných letech se začalo s elektrifikací hlavní tratí a to Děčín -Praha – Česká Třebová – Ostrava – Valašské Meziříčí – Žilina – Košice – Čierna nad Tisou. Práce na trati trvala 15 let.

V 60. letech se již v Evropě začala prosazovat střídavá napěťová soustava s parametry 25 kV, 50 Hz, jejíž rozkvět byl podpořen rozvojem výkonové elektroniky. V těchto letech se rozhodlo, že systém 25 kV, 50 Hz, se bude používat i na území ČR. Vzhledem k dokončování stejnosměrně napájené tratě z Děčína do Košic byla rozdělena Československá republika na severní a jižní část a hranicí byla právě tato trať.

Veškeré oblasti na jihu od zmiňované hlavní tratě byly elektrifikovány na střídavou soustavu 25 kV, 50 Hz a severní část oblasti byla elektrifikována na stejnosměrnou napěťovou hladinu 3 kV.

Diplomová práce je rozdělena do čtyř kapitol. První kapitola popisuje trakční vedení, které je dále rozděleno na trolejová vedení, zesilovací vedení, napájecí kolej.

Druhá kapitola je zaměřena na teoretický výpočet mechaniky závěsného vodiče. Ve zmíněné kapitole jsou uvedeny principy řešení řetězovky, klimatické vlivy na lana a problematiku jejich zatížení námrazou a větrem.

Třetí kapitola pojednává o programu pro výpočet stavové rovnice vodorovného pole. Funkce a vzhled programu.

Ve čtvrté kapitole jsou uvedeny výsledky řešení mechanického namáhání konkrétního vodiče pro různá rozpětí i různé klimatické vlivy. Výsledky jsou uvedeny ve formě montážních křivek a tabulek.

# **1 Trakční vedení**

Trakční vedení spolu s trakčními napájecími stanicemi a hnacími vozy tvoří uzavřený elektrický obvod. Trakční vedení tvoří poslední část pevných elektrických trakčních zařízení ve směru toku elektrické energie k pohyblivým spotřebičům. Jsou taky ze všech zařízení elektrické trakce, pohyblivých i pevných, jediná, která jsou v přímém styku s proudovými sběrači vozidel a jsou v provozu bez jakýchkoliv záloh.

## **1.1 Druhy trakčního vedení**

Nejpoužívanější typ trakčního vedení je dvoupólové vedení. Jeden pól je tvořen kolejemi a druhý nadzemním kolejovým vedením, nebo napájenou kolejnicí, nejčastěji u podpovrchové dopravy. Trolejová vedení jsou tedy jednopólová, s výjimkou jen u tramvajových tratí. Trolejové vedení tvoří nejrozšířenější a ekonomicky nejvýhodnější druh přírodního vedení povrchových drah.

Napájecí kolejnice, které se umísťují do osy nebo bočně ke kolejím, označuje anglická literatura jako třetí kolejnice. Negativa jsou, že tyto napájecí kolejnice nejsou po celé délce izolované, tudíž v některých částech jsou nebezpečné dotyku a k tomu jsou poměrně drahé.

## **1.2 Části trakčního vedení**

Trakčním vedením se souhrnně nazývají všechna vedení, která slouží pro přenos elektrické energie mezi trakční napájecí stanicí a pantografem vozidla.

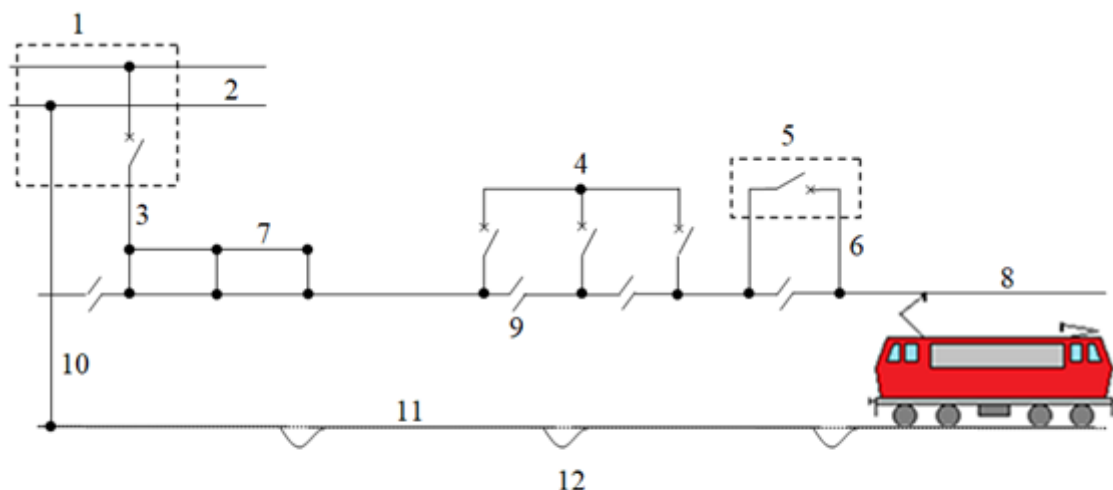
### **Jednotlivé části trakčního vedení**

Trolejové trakční vedení se dělí na:

- přírodní, pomocí trakčního vedení;
- zpětné, pomocí kolejnice nebo trakčního vedení.

Zesilovací vedení zvětšuje potřebný průřez trolejového vedení. Je vedeno souběžně s trolejovým vedením, se kterým je v určitých vzdálenostech vodivě spojeno a současně se s ním také spíná. Spínací vedení spojuje spínací stanici s jednotlivými úseky trolejového vedení.

Obcházením vedení je možné propojovat dva úseky trakčního vedení, které spolu nesousedí a tím bez přerušení provozu vypnout trolejové vedení mezilehlého úseku. Ke spojení a rozpojení úseků trolejového vedení slouží trolejový dělič.



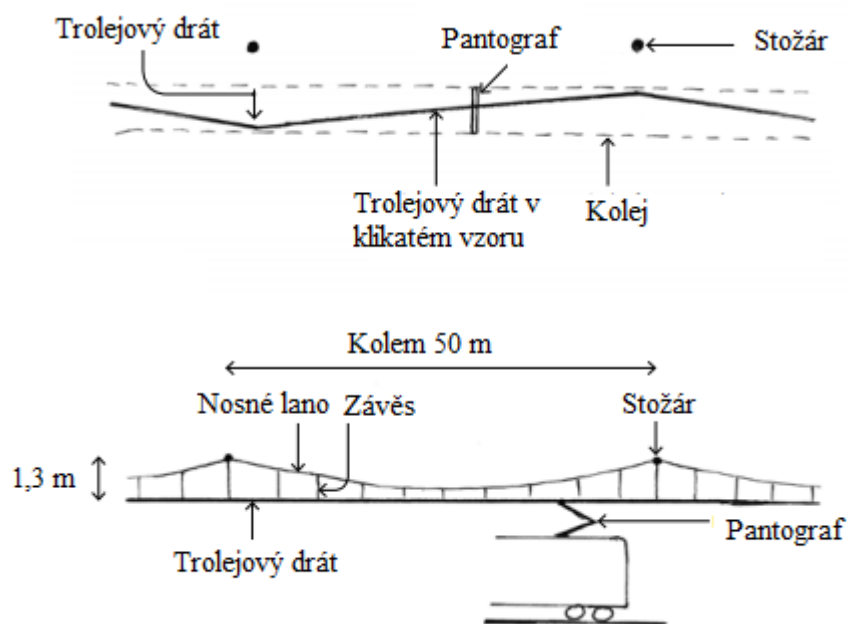
1 - trakční napájecí stanice, 2 - přípojnice, 3 - napájecí vedení, 4 - obcházecí vedení, 5 - spínací stanice, 6 - spínací vedení, 7 - zesilovací vedení, 8 - trolejové vedení, 9 - úsekové děliče, 10 - odváděcí vedení, 11 - jízdní kolejnice, 12 - kolejnicové svorky

*Obr. 1.1 Části trakčního vedení*

### 1.3 Trolejové vedení

Trolejové vedení obsahuje velké množství standardizovaných komponentů. Většina z nich je zde proto, aby dosáhla hlavních cílů projektantů trakčního vedení, udržet kontaktní vodič jako stacionární, aby výkon mohl nepřerušovaně proudit do vlaku. Aby se toho dosáhlo, je trolejový drát napnut mezi nosnými konstrukcemi tak, aby vydržel výchylky při vysokých větrech a extrémních teplotách. Tím je zajištěno, že nezávisle na počasí proud prochází do vlaku, a to i při vysoké rychlosti.

Trolejový drát je zavěšen na nosné lano, na které je zavěšen pomocí závěsů. Nosné lano se uchycuje na stožáry nebo rámy, které jsou normálně rozmístěny přibližně 50 m od sebe. Trolejové dráty samotné jsou obvykle asi 1 500 m dlouhé a napnuté na obou koncích. Při delších trasách, kdy je potřeba prodloužit vedení, tak aby nedošlo ke ztrátě napětí k sběrači, se dráty překrývají asi v délce 180m. Při navrhování nosných konstrukcí je nejdůležitějším technickým hlediskem účinek vysokých větrů jak podél, tak přes koleje. Podpěry jsou vyrobeny dostatečně tuhé, takže se nevychýlí větrem. [4]



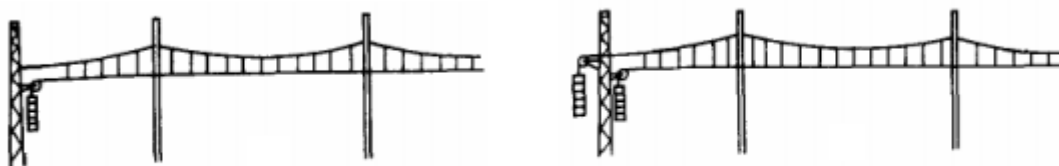
Obr. 1.2 Trolejové vedení [4]

## 1.4 Napnutí vodiče

Trolejové vedení je udržováno na mechanickém napětí, protože pantograf způsobuje kmitání v drátu a vlna musí cestovat rychleji než vlak, aby se zabránilo vytváření stojaté vlny, které by způsobily přerušování vodičů.

Podle způsobu napínání vodiče se rozdělují na:

- Nekompenzované, Prosté. – růst teploty má vliv na jeho prodloužení a snížení mechanického napětí.
- kompenzované – mají napínací zařízení, které udržuje stále mechanické napětí.
  - Polokompenzované;
  - plně kompenzované.



Obr. 1.3 Vlevo Polokompenzované, vpravo plně kompenzované

Pro střední a vysoké rychlosti jsou dráty obecně napínány pomocí závaží nebo hydraulickými napínači. Každá z těchto metod je známa jako kompenzované vedení, nebo konstantní napětí, a zajišťuje, že mechanické napětí zařízení je prakticky nezávislé na teplotě. Napětí na drátech je mezi 9 a 20 kN.

Pro nízké rychlosti a v tunelech, kde jsou teploty konstantní, je použito nekompenzované vedení, přičemž vodiče jsou zakončeny přímo na konstrukcích na každém konci nadzemního vedení. Zde je napětí okolo 10 kN. Tento typ vybavení bude klesat v horkých dnech a v chladných dnech se napne.

Tam, kde se používá kompenzované vedení, je limitované délkou nadzemního vedení, které může být nainstalováno. Je to způsobeno změnou polohy závaží s teplotou. Tento pohyb je úměrný napětí vzdálenosti, tj. vzdálenosti mezi kotvami. To znamená, že lano musí mít určitou délku.

Další problém kompenzovaného vedení je, že pokud je závaží připojeno k oběma koncům, celá délka napnutí se bude pohybovat po dráze. K nápravě tohoto problému slouží středová kotva, omezuje pohyb drátu. Kontaktní vodič a jeho závěsné závěsy se mohou pohybovat pouze v rámci omezení středové kotvy. Středová kotva je někdy fixována na nízké můstky, jinak jsou ukotveny do typických vertikálních sloupů trolejového vedení nebo portálového trolejového vedení podpěry. Proto lze délku napětí vidět jako pevný středový bod, přičemž obě poloviny napětí se rozšiřují a smršťují se s teplotou.

Většina systémů obsahuje brzdu, která brání úplnému rozeptnutí vodičů, pokud dojde k přerušení vodiče nebo ztrátě napětí z jiného důvodu. Německé systémy obvykle používají jednu velkou napínací kladku s ozubeným věncem, namontovanou na rameni zavěšeném na stožáru. Normálně klesá zatahování závaží směrem dolů a tím se napne drát, zvedne řemenici tak, aby její zuby nebyly dostatečně zastaveny na stožáru. Řemenice se může volně otáčet, když se závaží posouvají nahoru nebo dolů. Pokud dojde k přerušení drátu nebo ke ztrátě napětí, kladka se vrátí směrem k stožáru a jeden z jeho zubů se zablokuje proti dorazu. Tím se zastaví další otáčení, omezí se nepoškozené části drátu, dokud není možné jej opravit. Jiné systémy používají různé brzdné mechanismy, obvykle s několika menšími kladkami.[5]



*Obr. 1.4 Kompenzační napínadlo*



## 1.5 Druhy trakčních jednotek

### DC trakční jednotky

Stejnoseměrné trakční jednotky používají stejnosměrný proud odebíraný buď z vodivé kolejnice, nebo z trolejového vedení.

### AC trakční jednotky

Kromě několika případů, téměř všechny AC trakční jednotky čerpají střídavý proud od trakčního vedení.

### Vícesystémové jednotky

Vzhledem k různorodosti železničních elektrifikačních systémů, které se mohou lišit i v rámci vlaků, často přecházejí z jednoho systému do druhého. Jeden způsob, jak toto vyřešit, je změnou lokomotiv na spínacích stanicích. Tyto stanice mají trolejové vedení, u kterého mohou být přepnuty z jednoho napětí na druhé. Často je to však nepohodlné a časově náročné. Spínací stanice mají velmi sofistikované komponenty a jsou velmi drahé. Dalším způsobem je použití vícesystémových lokomotiv, které mohou pracovat pod několika různými způsoby napětí a proudovými typy. V Evropě je běžné používat lokomotivy se čtyřmi systémy (1,5 kV DC, 3 kV DC, 15 kV 16⅔ Hz AC, 25 kV, 50 Hz AC). Tyto lokomotivy nemusí zastavit, když přechází z jednoho elektrifikačního systému do druhého, přestavba nastane tam, kde vlak krátce pobývá. V České republice a na Slovensku mají železnice 3 000 V DC a 25 kV AC ale neexistují žádné spínací stanice, oba systémy se setkávají při krátkém přerušení provozu.[5]

## 1.6 Napájecí kolejnice

Trolejové vedení může být nepochybně vizuálně neestetické a může vyžadovat úpravy stávajících mostů a stanic. Z tohoto důvodu jsou napájecí kolejnicové systémy někdy navrhovány jako alternativa pro citlivé krajiny nebo do historických oblastí.

Z hlediska železnice je však napájecí kolejnicový systém zastaralý a je zde dlouhodobý cíl nahradit jen trolejovým vedením. Legislativa upravující schopnost provozovat mezinárodní vlaky napříč Evropou, síť povoluje pouze instalaci dalších systémů trolejového vedení, nikoliv systémů napájení kolejnicí. Další nevýhody pro využití elektrifikace napájecí kolejnice:

- není možné jezdit rychleji než 160 km/h,
- ve srovnání s trolejovým vedením vyžaduje o 20 % více elektřiny pro napájení vlaků,
- je mnohem náchylnější k poruchám v důsledku deště, sněhu, ledu nebo pádu listí,
- vyžaduje rozvodny v kratších intervalech (každých 8 km) než pro trolejové vedení (každých 40-60 km),
- dlouhodobé náklady na údržbu a obnovu jsou vyšší než náklady na trolejové vedení,
- osoby provádějící trestné činy a traťoví pracovníci jsou desetkrát více ohroženi elektrickým proudem na napájecí kolejnici než u trolejového vedení. [4]

## 2 Mechanika závěsného vodiče

Mechanika závěsného vodiče se chápe jako jeho průhyb a mechanické napětí ve vodiči. Při navrhování vodičů se pohlíží na 3 kritéria:

a) Provozní

Vedení dostatečně mechanicky pevné při různých klimatických podmínkách, dlouhá životnost.

b) Bezpečnostní

Jsou předpisy a normy, které stanovují nejmenší výšku vodiče (nad zemí, cestou, kolejnicemi) silového vedení.

c) Ekonomické

Tvar křivky zavěšeného vodiče mezi dvěma podpěrnými body je pružná řetězovka. Pro obtížnost výpočtu řetězovky se v praxi počítá s nepružnou řetězovkou resp. s parabolou, která se do rozpětí 400 m jen málo liší od řetězovky.

Předpoklad výpočtu:

- rovnoměrně rozdělená tíha vodiče;
- tíha elementu vodiče závisí na protažení vodiče v daném místě. Křivka vodiče vytvoří tzv. pružnou řetězovku.[2]

### 2.1 Odvození průhybové křivky

Při odvození průhybové křivky se vychází z mechanických podmínek rovnováhy. Vodič se nachází v rovnováze, součet vektorových sil je roven nule.

Součet působení síly v ose  $x$ , je nula.

$$\sum F_x = 0, \quad F_{H1} - F_{H2} = 0 \quad \rightarrow \quad F_{H1} = F_{H2} \quad (2.1.1)$$

kde

$F_H$  je horizontální síla (N).

Z rovnice (2.1) můžeme určit, že horizontální složka síly je v každém bodě průhybové křivky rovna.

Součet působení síly v ose  $y$ , je nula.

$$\sum F_y = 0, \quad F_{V1} - F_{V2} - q_1 \cdot dl = 0 \quad \rightarrow \quad F_{V1} = F_{V2} = q_1 \cdot dl \quad (2.1.2)$$

kde

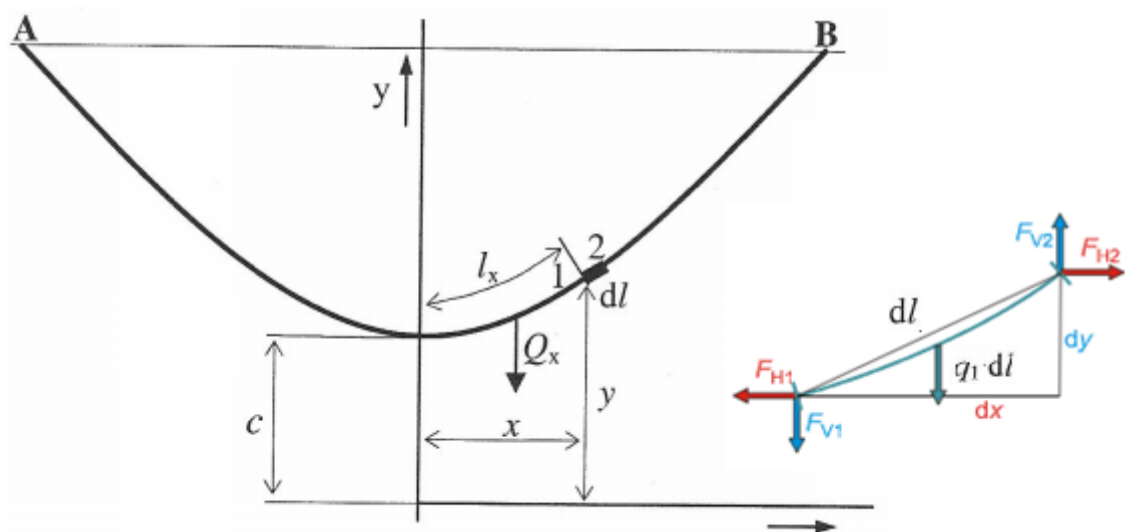
$F_V$  jsou vektorové síly (N),

$q_1$  je vlastní tíha vodiče (N/m).

Z podmínek rovnováhy sil ve směru osy  $y$  vyplývá, že vertikální složka síly v daném bodě je rovna hmotnosti vodiče o příslušné délce. Minimální (nulová) je ve vrcholu přehybu křivky a maximální je v závěsném bodě.

Po úpravě vzorce (2.1.1) a (2.1.2) dostaneme vztah.

$$\frac{dF_V}{dx} = q_1 \cdot \frac{dl}{dx} \quad (2.1.3)$$



Obr. 2.1 Křivka průhybu.

Z obrázku 2.1 se odvodil vztah  $dl^2 = dx^2 + dy^2$  a dosadil do rovnice (2.1.3).

$$\frac{dF_V}{dx} = q_1 \cdot \frac{dl}{dx} = q_1 \cdot \sqrt{\frac{dx^2 + dy^2}{dx^2}} = q_1 \cdot \sqrt{1 + (y')^2} \quad (2.1.4)$$

Momentová podmínka k počátku souřadné soustavy lze vyjádřit takto.

$$\tan \alpha = \frac{F_V}{F_H} = \frac{dy}{dx} \rightarrow F_V \cdot dx = F_H \cdot dy \quad (2.1.5)$$

Po jednotlivých úpravách.

$$F_V = F_H \cdot \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dx}, \frac{dF_V}{dx} = F_H \cdot \frac{d^2y}{dx^2} \text{ a } \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy'}{dx} \quad (2.1.6)$$

Dostaneme.

$$\frac{dF_V}{dx} = F_H \cdot \frac{dy'}{dx} \quad (2.1.7)$$

Z rovnice 2.1.4 do 2.1.7 dostaneme diferenciální rovnici průhybové křivky.

$$q_1 \cdot \sqrt{1 + (y')^2} = F_H \cdot \frac{dy'}{dx} \quad (2.1.8)$$

Po integraci a úpravě se dostane vztah.

$$\int q_1 \cdot \frac{dy'}{\sqrt{1 + (y')^2}} = \int \frac{q_1}{F_H} \cdot dx \quad (2.1.10)$$

$$\sinh^{-1}(y') = \frac{q_1}{F_H} \cdot (x + k_1) \quad (2.1.11)$$

$$y' = \sinh \left[ \frac{q_1}{F_H} \cdot (x + k_1) \right] \quad (2.1.12)$$

Po dalším integrování se dostane vztah.

$$y = \frac{F_H}{q_1} \cdot \sinh \left[ \frac{q_1}{F_H} \cdot (x + k_1) \right] + k_2 \quad (2.1.13)$$

Z počátečních podmínek se určí integrační konstanty  $k_1$  a  $k_2$ , které jde vidět na obrázků 2.1, pro  $x = 0$  je  $y' = 0$  a  $y = \frac{F_H}{q_1}$  pak platí že.

$$0 = \sinh \left( \frac{q_1}{F_H} \cdot k_1 \right) \rightarrow k_1 = 0 \quad (2.1.14)$$

Pro  $k_2$ .

$$\frac{F_H}{q_1} = \frac{F_H}{q_1} + k_2 \rightarrow k_2 = 0 \quad (2.1.15)$$

Výsledný tvar rovnice nepružné řetězovky je pak.

$$y = c \cdot \cosh \frac{x}{c} = \frac{\sigma_H}{\gamma \cdot z} \cdot \cosh \frac{x \cdot \gamma \cdot z}{\sigma_H} \quad (2.1.16)$$

kde

$F_H$  vodorovná složka tahu ve vodiči (N),

$q_1$  tíha 1 m vodiče (N/m),

$\sigma_H$  vodorovné namáhání ve vodiči (MPa),

$y$  měrná tíha vodiče ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$ ),

$z$  přetížení námrazou na vodič (-).

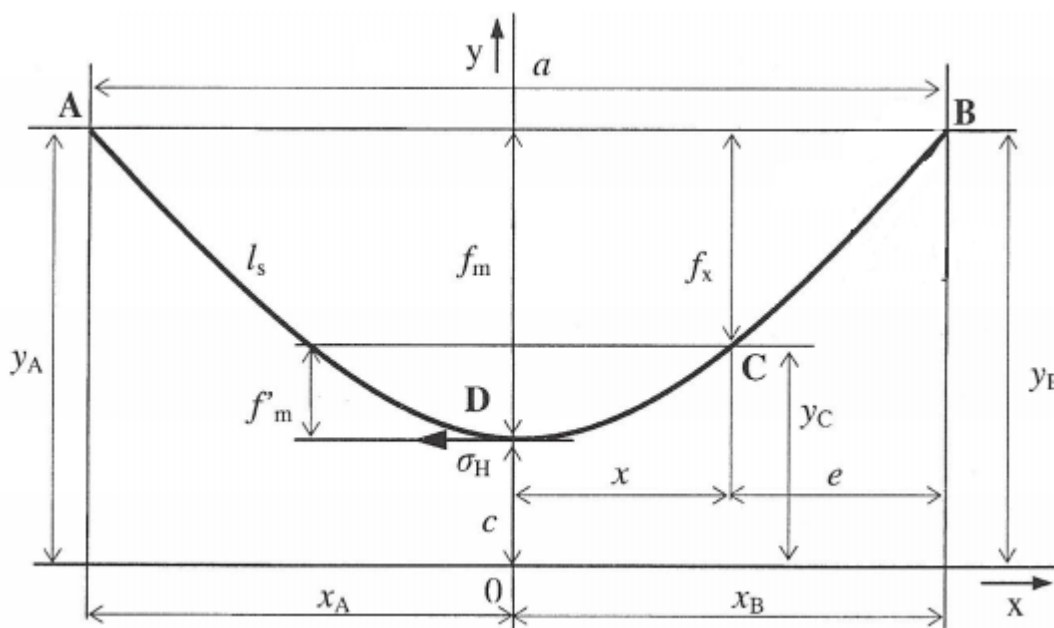
Nepružnou řetězovku lze získat i zjednodušením a to funkce cosh pomocí mocninné řady.

$$y = c \cdot \cosh \frac{x}{c} = c \cdot \left( 1 + \frac{x^2}{2! c^2} + \frac{x^4}{4! c^4} + \dots \right) \quad (2.1.17)$$

Když se bude uvažovat jen dva členy, je konečný tvar rovnice.

$$y = c + \frac{x^2}{2 \cdot c} \quad (2.1.18)$$

## 2.2 Mechanika zavěšeného vodiče (Souměrný průhyb vodiče)



*Obr. 2.2 Souměrný průhyb vodiče*

Souměrný průhyb vodiče je na obrázců 2.2, který má nepíší místo bodu D kde je mezi body A a B, jsou ve vodorovné výšce. Platí

$$x_A = x_B = \frac{a}{2}, y_A = y_B \quad (2.2.1)$$

Pro maximální průhyb platí vztah.

$$\begin{aligned} f_m &= y_B - c = c \cdot \cosh \frac{x_B}{c} - c = c \cdot \cosh \frac{a}{2 \cdot c} - c = \\ &= c \cdot \left( \cosh \frac{a}{2 \cdot c} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Při venkovním vedení je průhyb vodiče okolo 6%, takže nepřesnost při výpočtu, bude kvůli zanedbání některých členů, které mají malou hodnotu, bude chyba do 0,5%. Při větším průhybu vodiče jak 6%, tak chyba už je velice velká a už se zjednodušení nemůže použít.

$$f_m = y_B - c = c + \frac{x_B^2}{2 \cdot c} - c = \frac{a^2}{8 \cdot c} \quad (2.2.3)$$

Po dosazení do vzorce (2.2.3) dostaneme vztah.

$$f_m = \frac{a^2}{8 \cdot c} = \frac{a^2 \cdot \gamma \cdot z}{8 \cdot \sigma_H} \quad (2.2.4)$$

### 2.2.1 Průhyb vodiče v libovolném bodě

Průhyb vodiče můžeme určit v libovolném bodě.

$$f_x = y_B - y_C = \left( c + \frac{a^2}{8 \cdot c} \right) - \left( c + \frac{x^2}{2 \cdot c} \right) = \frac{a^2}{8 \cdot c} - \frac{x^2}{2 \cdot c} \quad (2.2.5)$$

Z obrázků 2 můžeme zjednodušit rovnici.

$$x = \frac{a}{2} - e \quad (2.2.6)$$

$$f_x = \frac{a^2}{8 \cdot c} - \frac{\left( \frac{a}{2} - e \right)^2}{2 \cdot c} = \frac{a^2}{8 \cdot c} - \frac{a^2}{8 \cdot c} + \frac{a \cdot e}{2 \cdot c} - \frac{e^2}{2 \cdot c} = \frac{e \cdot (a - e)}{2 \cdot c} \quad (2.2.7)$$

### Délka řetězovky

Skutečná Délka vodiče, pro souměrně pole.

$$l_s = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \sqrt{1 + (y')^2} dx \quad (2.2.8)$$

S pomocí.

$$y = c \cdot \cosh \frac{x}{c}, y' = \sinh \frac{x}{c} \quad (2.2.9)$$

dostane vztah.

$$l_s = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \sqrt{1 + \sinh^2 \left( \frac{x}{c} \right)} dx \quad (2.2.10)$$

Při úpravě vzorce pomocí hyperbolickou funkcí  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ .

$$\begin{aligned} l_s &= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cosh \frac{x}{c} dx = 2 \cdot \int_0^{\frac{a}{2}} \cosh \frac{x}{c} dx = 2 \cdot c \cdot \left[ \sinh \frac{x}{c} \right]_0^{\frac{a}{2}} = \\ &= 2 \cdot c \cdot \sinh \frac{a}{2 \cdot c} \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

Po rozvedení funkce sinh v mocninnou řadu a dosazení za  $x=a/2$ .

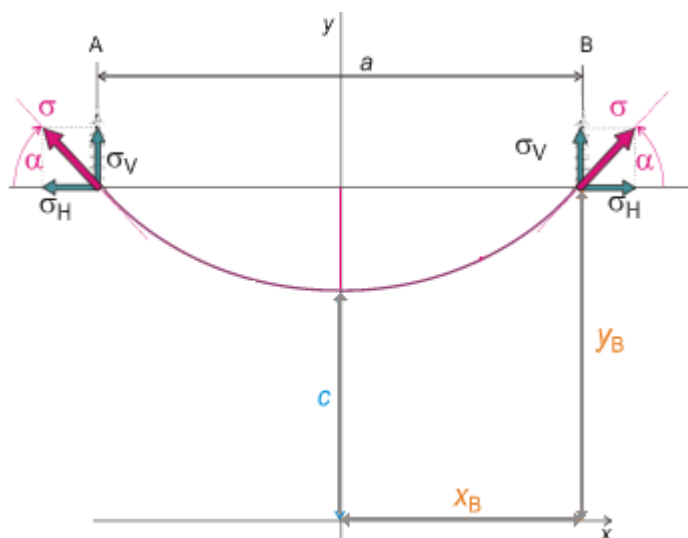
$$\begin{aligned}
 l_S &= 2 \cdot c \cdot \left( \frac{x}{1! \cdot c} + \frac{x^3}{3! \cdot c^3} + \frac{x^5}{5! \cdot c^5} + \dots \right) = \\
 &= 2 \cdot \left( \frac{a}{2} + \frac{a^3}{3! \cdot 2^3 \cdot c^2} + \frac{a^5}{5! \cdot 2^5 \cdot c^4} + \dots \right) = \\
 &= a + \frac{a^3}{24 \cdot c^2} + \frac{a^5}{1920 \cdot c^4}
 \end{aligned} \tag{2.2.12}$$

V praxi stačí počítat s prvními dvěmi řadami.

$$l_S = a + \frac{a^3}{24 \cdot c^2} = a + \frac{a^3 \cdot (y \cdot z)^2}{24 \cdot \sigma_H^2} = a + \frac{8}{3} \cdot \frac{f_m^2}{a} \tag{2.2.13}$$

### 2.2.2 Mechanické napětí vodiče

Mechanické napětí  $\sigma$  je dáno vektorem součtu horizontální složky napětí  $\sigma_H$  a vertikální složkou  $\sigma_{VB}$ . Vertikální složka mechanismu napětí je nulová v nejnižším bodu a maximální v závěsném bodě. Je daná tíhou vodiče příslušné délky. Celkové mechanické napětí v zavěšeném bodu by nemělo překročit víc než 4 %. Kontrola mechanického napětí v závěsném bodě je zbytečná, pokud je terén vodorovný a maximální průhyb nepřekročí  $f_m$  4 % z rozpětí. Při větším rozpětí než 400 m, nebo při rozdílu velké nadmořské výšky závěsného bodu je potřeba mechanické napětí v závěsném bodě kontrolovat.[2]



Obr. 2.3 Mechanické napětí

Pomocí obrázků 2.3 se sestaví mechanické napětí vodiče,

$$\sigma = \frac{\sigma_H}{\cos \varphi} \tag{2.2.14}$$

je zřejmé, že.

$$\begin{aligned} y = c \cdot \cosh \frac{x}{c} \rightarrow y' = \tan \alpha &= \sinh \frac{a}{2 \cdot c}, \quad \tan^2 \alpha = \\ &= \sinh^2 \frac{a}{2 \cdot c}, \quad \tan^2 \alpha + 1 = \sinh^2 \frac{a}{2 \cdot c} + 1 \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

Následně po jednotlivých úpravách.

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi} = \cosh^2 \frac{a}{2 \cdot c}, \quad \frac{1}{\cos \varphi} = \cosh \frac{a}{2 \cdot c}, \quad \cosh \frac{a}{2 \cdot c} = \frac{y_B}{c} \quad (2.2.16)$$

Z předchozích vzorců upravíme vztah (2.3.1).

$$\sigma = \frac{\sigma_H}{\cos \varphi} = \sigma_H \cdot \cosh \frac{a}{2 \cdot c} = \sigma_H \cdot \frac{y_B}{c} = y_B \cdot \gamma \cdot z \quad (2.2.17)$$

Použití vzorce (2.2.2) se dostane vztah.

$$\sigma = \sigma_H \cdot \cosh \frac{a}{2 \cdot c} = \sigma_H \cdot \left( \frac{f_m}{c} + 1 \right) = \sigma_H + f_m \cdot z \cdot \gamma \quad (2.2.18)$$

Pro určení celkového tahu vodiče v závěsu (N) se mechanické napětí  $\sigma$  (N/m<sup>2</sup>) vynásobí průměrem vodiče  $S$  (m<sup>2</sup>), vznikne po úpravě z předchozích vzorců vztah.

$$F = \sigma \cdot S = y_B \cdot q_{1,2} \cdot S = F_H + f_m \cdot z \cdot \gamma \cdot S \quad (2.2.19)$$

Ze vzorce vyplývá, že celkový tah v závěse se rovna vlastní tíhy vodiče  $q$  plus přídatnou námrazou a polovina délky vodiče. Vertikální složka mechanického napětí v závěsném bodě se rovná.

$$\sigma_V = \sigma_H \cdot \tan \alpha = \sigma_H \cdot \sinh \frac{a}{2 \cdot c} = \sigma_H \cdot \frac{l_S}{2 \cdot c} = \frac{l_S}{2} \cdot \gamma \cdot z \quad (2.2.20)$$

Závěsným bodem je vertikální složka tahu ve vodiči.

$$F_V = \sigma_V \cdot S = \frac{l_S}{2} \cdot \gamma \cdot z \cdot S \quad (2.2.21)$$

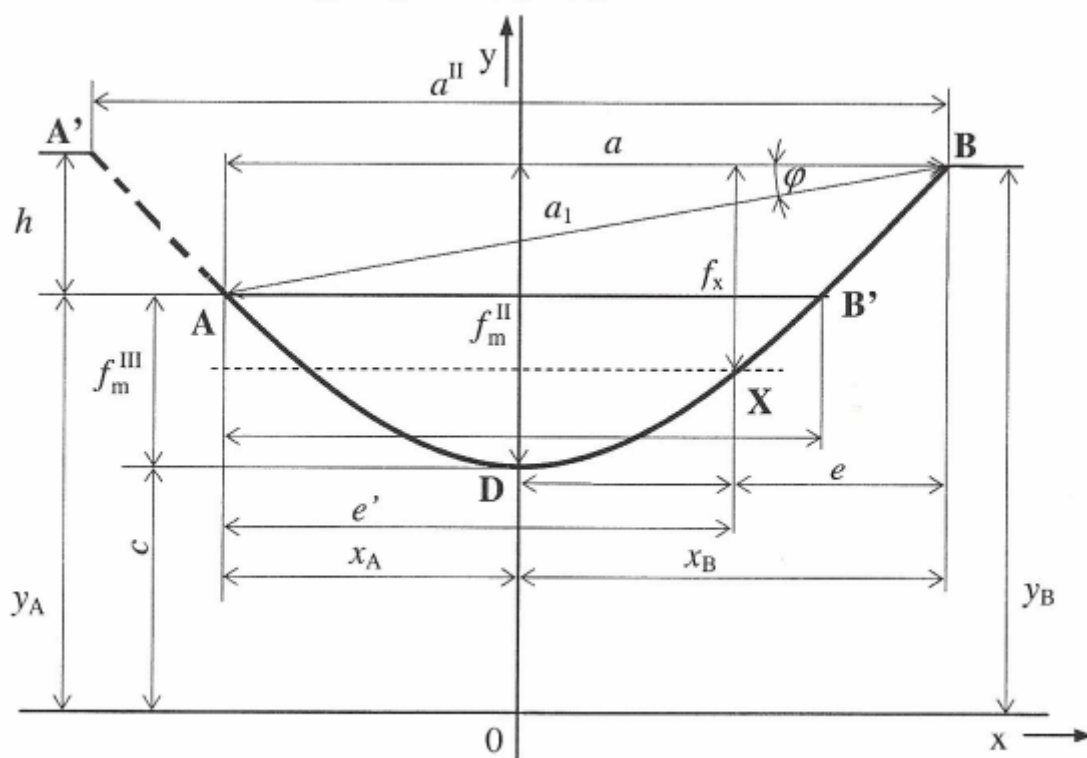
Vertikální složka závěsném bodě je síla poloviny délky vodiče s přídatným zatížením (námrazou). Při průhybu okolo 4 % můžeme namísto délky vodiče dosadit délku rozpětí stožáru. Výsledný vztah vertikální složky tahu je.



$$\sigma_V = \frac{a}{2} \cdot \gamma \cdot z \quad F_V = \frac{a}{2} \cdot q \quad (2.2.22)$$

### 2.3 Mechanika nesouměrně zavěšeného vodiče.

Nesouměrně zavěšení vodiče je takové, že závěsný bod v rozdílných výškách a vrchol průhybu není ve středu rozpětí. Platí  $x_A \neq x_B$ .



Obr. 2.4 Nesouměrně zavěšený vodič

Průhyb není ve středu rozpětí, při řešení nesouměrného závěsu je důležité určit jeho polohu když  $x_A = x_B$ .

$$h = y_A - y_B = c \cdot \left( \cosh \frac{x_B}{c} - \cosh \frac{x_A}{c} \right) \quad (2.3.1)$$

Z obrázků 4 je zřejmé.

$$x_A = a - x_B \quad (2.3.2)$$

Po dosazení.

$$\frac{h}{c} = \cosh \frac{x_B}{c} - \cosh \frac{x_A}{c} = \cosh \frac{x_B}{c} - \cosh \frac{a - x_B}{c} \quad (2.3.3)$$

Po rozkladu součtu úhlu hyperbolické funkce.

$$\frac{h}{c} = \cosh \frac{x_B}{c} \cdot \left( \cosh \frac{a}{c} - 1 \right) + \sinh \frac{a}{c} \cdot \sinh \frac{x_B}{c} \quad (2.3.4)$$

Další úpravě.

$$\begin{aligned} \cosh \frac{a}{c} - 1 &= \frac{e^{\frac{a}{c}} + e^{-\frac{a}{c}}}{2} - 1 = \frac{e^{\frac{a}{c}} + e^{-\frac{a}{c}} - 2}{2} = 2 \cdot \left( \frac{e^{\frac{a}{c}} + e^{-\frac{a}{c}}}{2} \right)^2 = \\ &= 2 \cdot \sinh^2 \frac{a}{2 \cdot c} \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

$$\sinh \frac{a}{c} = 2 \cdot \sinh \frac{a}{2 \cdot c} \cdot \cosh \frac{a}{2 \cdot c} \quad (2.3.9)$$

Po dosazení a postupných úpravách.

$$\begin{aligned} \frac{h}{c} &= - \cosh \frac{x_B}{c} \cdot 2 \cdot \sinh^2 \frac{a}{2 \cdot c} + 2 \cdot \sinh \frac{a}{2 \cdot c} \cdot \cosh \frac{a}{2 \cdot c} \cdot \sinh \frac{x_B}{c} = \\ &= 2 \cdot \sinh \frac{a}{2 \cdot c} \cdot \sinh \left( \frac{x_B}{c} - \frac{a}{2 \cdot c} \right) \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

$$\frac{h}{2 \cdot c \cdot \sinh \frac{a}{2 \cdot c}} = \sinh \left( \frac{x_B}{c} - \frac{a}{2 \cdot c} \right) \quad (2.3.11)$$

Vzorec (2.4.11) je dán vzdáleností vrcholu bodu B. Všechny veličiny ve vztahu známe kromě  $x_B$ . Stanovení  $x_B$ .

$$\frac{h}{l_s} = \sinh \left( \frac{x_B}{c} - \frac{a}{2 \cdot c} \right) \rightarrow \frac{x_B}{c} - \frac{a}{2 \cdot c} = \sinh^{-1} \frac{h}{l_s} \quad (2.3.12)$$

$$x_B = c \cdot \sinh^{-1} \frac{h}{l_s} + \frac{a}{2} = \frac{a}{2} + \frac{\sigma_H \cdot h}{a \cdot \gamma \cdot z} \quad (2.3.13)$$

Vzdálenost závěsného bodu A od vrcholu řetězovky.

$$x_A = a - x_B = \frac{a}{2} - \frac{\sigma_H \cdot h}{a \cdot \gamma \cdot z} \quad (2.3.14)$$

Optimální rozpětí.

$$a^{II} = 2 \cdot x_B = a + 2 \cdot \frac{c \cdot h}{a} = +2 \cdot \frac{\sigma_H \cdot h}{a \cdot \gamma \cdot z} = a + \frac{a \cdot h}{4 \cdot f_m} \quad (2.3.15)$$

### 2.3.1 Maximální průhyb

Maximální průhyb ideálního pole.

$$a^{II} = 2 \cdot x_B = a + 2 \cdot \frac{c \cdot h}{a} = +2 \cdot \frac{\sigma_H \cdot h}{a \cdot \gamma \cdot z} = a + \frac{a \cdot h}{4 \cdot f_m} \quad (2.3.16)$$

Při parabolickém vypočtu.

$$f_m^{II} = \frac{a^{II^2} \cdot \gamma \cdot z}{8 \cdot \sigma_H} \quad (2.3.17)$$

Analogicky maximální průhyb ideálního pole.

$$\begin{aligned} f_m^{III} = y_A - c &= c \cdot \left( \cosh \frac{x_A}{c} - 1 \right) = c \cdot \left( \cosh \frac{a^{III}}{2 \cdot c} - 1 \right) = \\ &= \frac{a^{III^2} \cdot \gamma \cdot z}{8 \cdot \sigma_H} \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

Průhyb v libovolném bodě.

$$f_x = y_B - y_x = c \cdot \cosh \frac{x_B}{c} - c \cdot \cosh \frac{x}{c} = c \cdot \left( \cosh \frac{a^{II}}{2 \cdot c} - \cosh \frac{x}{c} \right) \quad (2.3.19)$$

Při parabolickém vypočtu.

$$f_x = c \cdot \left( 1 + \frac{a^{II^2}}{4 \cdot 2! \cdot c^2} \right) - c \cdot \left( 1 + \frac{x^2}{2! \cdot c^2} \right) = \frac{a^{II^2}}{8 \cdot c^2} + \frac{x^2}{2 \cdot c^2} \quad (2.3.20)$$

### 2.3.2 Délka nesouměrné řetězovky

Délka se určuje analogicky.

$$l_n = \int_{-x_A}^0 \sqrt{1 + (y')^2} dx + \int_0^{x_B} \sqrt{1 + (y')^2} dx \quad (2.3.21)$$

Kde je pak.

$$y = c \cdot \cosh \frac{x}{c} \quad y' = c \cdot \sinh \frac{x}{c} \quad (2.3.22)$$

Dosadíme a upravíme vztah pro hyperbolickou funkci.

$$l_n = \int_{-x_A}^0 \cosh \frac{x}{c} dx + \int_0^{x_B} \cosh \frac{x}{c} dx = c \cdot \left( \sinh \frac{x_B}{c} + \sinh \frac{x_A}{c} \right) \quad (2.3.23)$$

Rozvinutím funkce sinh do řádu. Jen prvních dvou členů.

$$\begin{aligned} l_n &= c \cdot \left( \frac{x_B}{1! \cdot c} + \frac{x_B^3}{3! \cdot c} \right) + c \cdot \left( \frac{x_A}{1! \cdot c} + \frac{x_A^3}{3! \cdot c} \right) = \\ &= a + \frac{1}{6 \cdot c^2} \cdot (x_B^3 + x_A^3) \end{aligned} \quad (2.3.24)$$

### 2.3.3 Mechanické napětí vodiče

Pro určení celkového napětí v závěsných bodech A a B platí podobný vztah jako při souměrném poli, s tím rozdílem, že mechanice napětí v závěsných bodech není stejné.

$$\sigma_A = y_A \cdot \gamma \cdot z \quad \sigma_B = y_B \cdot \gamma \cdot z \quad (2.3.24)$$

Po úpravě.

$$\sigma_A = \sigma_H + f_m^{III} \cdot \gamma \cdot z \quad \sigma_B = \sigma_H + f_m^{II} \cdot \gamma \cdot z \quad (2.3.25)$$

Tah ve vodiči.

$$F_A = y_A \cdot q \quad F_B = y_B \cdot q \quad (2.4.26)$$

Vektorové složky síly, mechanické napětí.

$$F_{VA} = l_A \cdot q \quad F_{VB} = l_B \cdot q \quad (2.3.27)$$

$$\sigma_{VA} = l_A \cdot \gamma \cdot z \quad \sigma_{VB} = l_B \cdot \gamma \cdot z \quad (2.3.28)$$

Délka  $l_A$  a  $l_B$  jsou délky větví řetězovky od příslušného bodu po vrchol řetězovky.

Síly je možno vyjádřit vztahem.

$$F_{VA} = \frac{a}{2} \cdot q - F_{VC} \quad (2.3.29)$$

$$F_{VB} = \frac{a}{2} \cdot q - F_{VC} \quad (2.3.30)$$

Ze vztahu vyplývá, že vertikální, svislá složka síly v závěsném bodě se rovná součtu tíhy polovičního napětí a svislá složka síly v bodě C.

Svislá složka síly v bodě C.

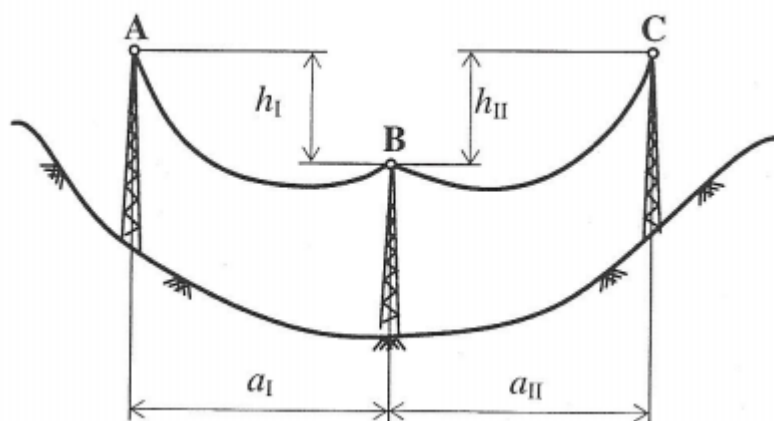
$$F_{VC} = F_H \cdot \tan \alpha = F_H \cdot \frac{h}{a} \quad (2.3.31)$$

Po úpravě jednotlivých.

$$F_{VA} = \frac{a}{2} \cdot q - F_H \cdot \frac{h}{a} \quad (2.3.32)$$

$$F_{VB} = \frac{a}{2} \cdot q - F_H \cdot \frac{h}{a} \quad (2.3.33)$$

Je zřejmé, že vrcholový bod řetězovky bude mimo závěsnými body a svislá složka zdvihací síly bude záporná. Většinou představuje častý problém utopených stožárů, u kterých je potřeba určit svislou složku síly na stožáru B



Obr. 2.5 Utopeny stožár.[2]

Svislá složka síly od rozpětí I je daná.

$$F_{VBI} = \frac{a_I}{2} \cdot q - F_H \cdot \frac{h_I}{a_I} \quad (2.3.34)$$

Od rozpětí II.

$$F_{VBI} = \frac{a_{II}}{2} \cdot q - F_H \cdot \frac{h_{II}}{a_{II}} \quad (2.3.35)$$

Celková svislá složka síly pro závěsný bod B.

$$F_{VB} = F_{VBI} + F_{VBI} = \frac{1}{2} \cdot (a_I + a_{II}) \cdot q - F_H \cdot \left( \frac{h_I}{a_I} + \frac{h_{II}}{a_{II}} \right) \quad (2.3.36)$$

S uvažováním tíhy izolátorového řetězce  $G_{iz}$ .

$$F_{VB} = \frac{1}{2} \cdot (a_I + a_{II}) \cdot q + G_{iz} - F_H \cdot \left( \frac{h_I}{a_I} + \frac{h_{II}}{a_{II}} \right) \quad (2.3.37)$$

Důležité je, jestli závěsný bod B je vztahu k závěsným bodům A a C je vyšší nebo nižší. Podle toho se bude celková síla  $F_H$  lišit buď kladně, nebo záporně. U obrázků 2.5 je závěsný bod B nižší než ty ostatní, takže výsledná síla bude záporná. [2]

## 2.4 Klimatické podmínky a jejich vliv na mechaniku zavěšeného vodiče

### 2.4.1 Vlastní tíha vodiče

Vlastní tíha vodiče působí v jeho závěsném bodu jako svislá složka tahu vodiče v závěsném bodu při teplotě a v klimatických změnách, které odpovídají uvažovanému zatěžovacímu stavu. V některých případech je přitom třeba vzít v úvahu rozdíl v úrovni závěsných bodů vodiče na obou koncích uvažovaného rozpětí.[1]

### 2.4.2 Zatížení větrem

Při stanovení zatížení větrem se uvažuje za střední rychlost větru.

Na území České republiky je střední rychlost větru rozdělena do dvou oblastí, pro které jsou určeny rozdílné referenční rychlosti větru  $V_{ref,0}$ . Střední 10minutová rychlost větru  $V_{ref,0}$  je v m/s ve výšce 10 m nad zemí v relativně otevřeném terénu se vypočte ze vztahu.

$$V_{ref} = c_{ALT} \cdot V_{ref,0} \quad (2.4.1)$$

Kde je

$V_{ref,0}$  referenční rychlost větru v m/s,

$c_{ALT}$  součinitel nadmořské výšky.

Tab. 2.1 Referenční rychlost větru a součinitel nadmořské výšky

Větrová oblast	Referenční rychlost větru $V_{ref,0}$ (m/s)	Nadmořská výška $H$ (m)	Součinitel nadmořské výšky $c_{ALT}$
1	24	$H \leq 700$	1
		$700 < H \leq 1300$	1,25
2	26	$H \leq 700$	1
		$700 < H \leq 1300$	1,16
		$H > 1300$	1,27

### 2.4.3 Dynamický tlak větru

Hustota vzduchu  $\rho$  ve vztahu pro výpočet dynamického tlaku větru ve výšce  $h$  se bere hustota 1,25 kg/m<sup>3</sup> nezávisle na nadmořské výšce  $H$  a teplotě vzduchu.

$$q_h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{ref}^2 \quad (2.4.2)$$

### 2.4.4 Tlak větru na části venkovního vedení

#### Síla větru na vodiče

Síla větru na vodič v jednom rozpětí se vypočte.

$$q_{wc} = q_h \cdot G_h \cdot G_c \cdot C_c \cdot d \cdot L \cdot \sin^2 \beta \quad (2.4.3)$$

kde

$q_h$  je dynamický tlak větru, vypočtený pro výšku vodiče nad zemí  $h$ , která se rovna výšce závěsného bodu,

$G_h$  je poryvový součinitel, přičemž se za výšku závěsného vodiče uvažuje výška závěsného bodu nad zemí. Pro výšky do 20-ti m lze použít hodnoty stanovené pro výšku 10 m,

$G_c$  je dynamický součinitel pro vodiče, závisející na délce rozpětí, nazývaný též jako součinitel napětí.

$L$  je délka příslušné rozpětí v metrech

$C_c$  je součinitel aerodynamického odporu vodiče. Pro výpočet síly větru na vodič se v závislosti na průměru vodiče  $d$  uvažují následující hodnoty:

$C_c = 1,0$  pro vodiče nad průměrem  $d \geq 16$  mm

$C_c = 1,1$  pro vodiče o průměru  $12,5 \text{ mm} \leq d < 16$  mm

$C_c = 1,2$  pro vodiče do průměru  $d < 12,5$  mm

$\beta$  je úhel mezi směrem větru a podélnou osou vodiče

Na každý podpěrný bod, ohraničující rozpětí, působí polovina této síly. Směr síly je vodorovný a kolmý na rozpětí.

### Síla větru na izolátorové závěsy

V běžných situacích není třeba sílu větru na izolátorové závěsy počítat.

### Síly větru na příhradové stožáry

Síla větru na příhradové stožáry se vypočte.

$$q_{Wt} = q_n \cdot G_q \cdot G_t \cdot C_t \cdot A_t \quad (2.4.4)$$

kde jsou

$q_n$  je dynamický tlak větru

$G_q$  je porybový součinitel

$G_t$  je dynamický součinitel. Pro stožáry nižší než 30 m se bere hodnota 1,00

$C_t$  je součinitel aerodynamického odporu stěny stožáru

pro vítr kolmý na stožár je hodnota  $C_t = 2,6$

pro vítr úhlopříčně na stožár je hodnota  $C_t = 3,0$

$A_t$  je účinná plocha prvků stěny stožáru (plocha nárožníků a příček).

### Síla větru na sloupy

Do výšky 20 m není třeba dynamický součinitel  $G_{pol}$  počítat.

### 2.4.5 Zatížení námrazou

Zatížení námrazou na povrchu vedení je zapříčiněna tvorbou námrazy z oblačnosti ve formě těžké nebo lehké jinovatky nebo srážkové námrazy ve formě mrznoucího deště (ledovky) nebo usazováním mokrého nebo suchého sněhu. Pro účely stanovení zatížení námrazou na prvcích vedení se uvažuje jenom s námrazou z oblačnosti ve formě jinovatky a hustotě  $\rho_l = 500 \text{ kg/m}^3$ . [1]



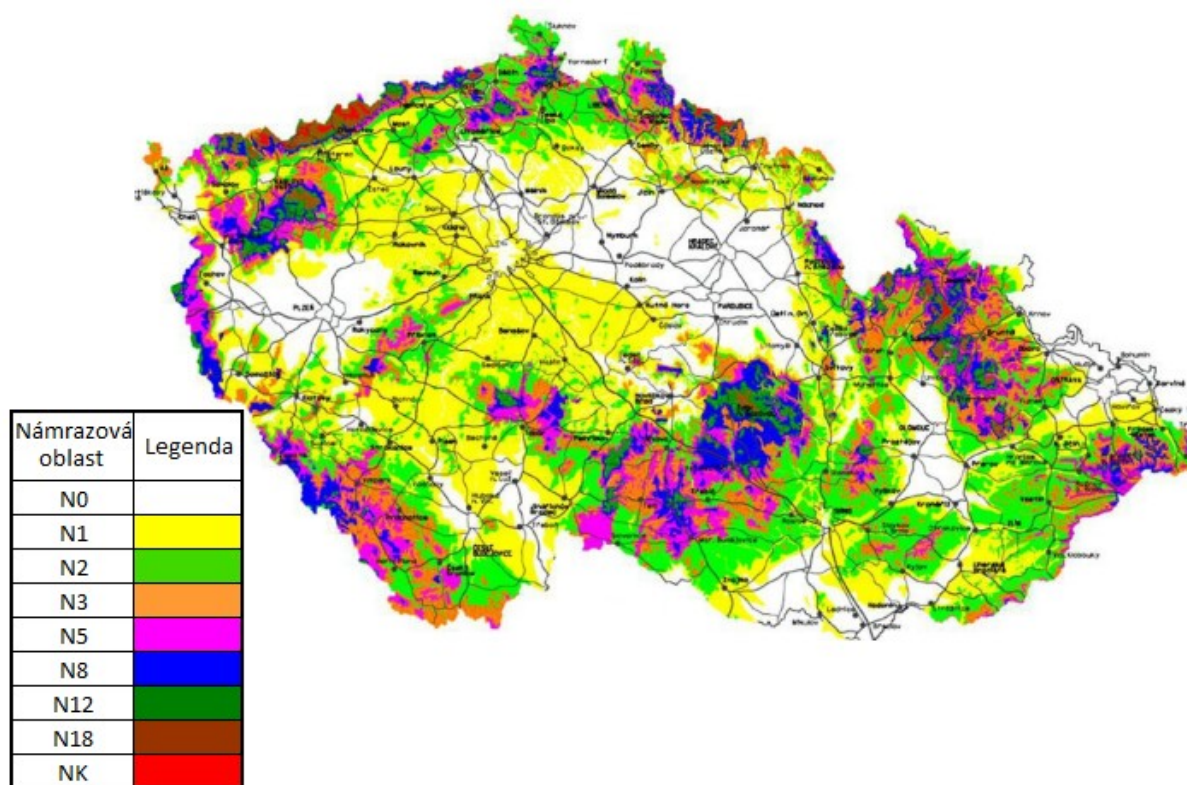
### Charakteristické zatížení námrazou

Referenční zatížení námrazou  $l_R$ , je uvedeno v tabulce 2.

Tab. 2.2 Námrazová oblast [1]

namrazová oblast	Referenční zatížení námrazou $l_R$ (N/m) na jednotku délky vodiče o průměru $d$ (mm)	
	$d \leq 30$ mm	$d > 30$ mm
N0	$1,298 + 0,1562 \cdot d$	$5,267 + 0,0239 \cdot d$
N1	$3,873 + 0,2698 \cdot d$	$10,566 + 0,0467 \cdot d$
N2	$10,566 + 0,4457 \cdot d$	$21,423 + 0,0838 \cdot d$
N3	$18,305 + 0,5866 \cdot d$	$33,032 + 0,0957 \cdot d$
N5	$35,376 + 0,8155 \cdot d$	$55,569 + 0,1424 \cdot d$
N8	$63,077 + 1,0890 \cdot d$	$90,254 + 0,1831 \cdot d$
N12	$102,063 + 1,3852 \cdot d$	143,619
N18	$162,924 + 1,7501 \cdot d$	215,427
NK	Stanoví se individuálně případ od případu	

Charakteristické zatížení námrazou na jednotky délky vodiče  $l_K$  (N/m) ve výšce  $h$  nad zemí se určí podle vzorce.



Obr. 2.6 Námrazová oblast

$$l_K = K_h \cdot l_R \quad (2.4.5)$$

Kde

$l_R$  referenční zatížení námrazou na jednotku délky vodiče o průměru  $d$  v příslušné námrazové oblasti podle tabulky 2

$K_h$  součinitel výšky pro zatížení námrazou v námrazových oblastech N0 až NK, je-li výška závěsného bodu menší než 20 m, tak součinitel výšky je  $K_h = 1,0$

Navrhované zatížení námrazou na jednotku délky vodiče  $l_d$  je vzorec.

$$l_d = l_K \cdot \gamma_l \quad (2.4.6)$$

### **Zatížení námrazou na vodičích**

Vzhledem k tomu, že hodnota zatížení námrazou může být v obou přilehlých rozpětích různá, vypočte se svislé zatížení námrazou, kterým působí námraza na každém dílčím vodiči na podpěrný bod jako součet příspěvků z obou přilehlých rozpětí podle vzorce.[1]

$$q_l = l_1 \cdot L_{W1} + l_2 \cdot L_{W2} \quad (2.4.7)$$

Kde je

$l_1$  a  $l_2$  jsou zatížené námrazou na jednotku délky vodiče (N/m)

$L_{W1}$  a  $L_{W2}$  jsou příspěvky váhového rozpětí od obou přilehlých rozpětí (m)

Při výpočtu navrhovaného tahu vodičů zatížených námrazou se musí dílčí součinitel zatížení námrazou  $\gamma_l$  aplikovat na zatížení námrazou před výpočtem tahu vodiče.

### **2.4.6 Kombinovaná zatížení větrem a námrazou**

V České republice se musí počítat pouze s kombinací extrémního zatížení námrazou, rovného návrhové hodnotě zatížení námrazou  $\gamma_l \cdot q_{IK}$ , zatíženého mírným větrem  $\Psi_W \cdot q_{WK}$ .

Pro zatížení vodičů kombinovaných zatížením námrazou a větrem se jako mírná rychlost větru bere 50 % extrémní rychlosti větru s dobou návratu podle požadované úrovně spolehlivosti. Z toho vyplývá hodnota součinitele kombinace pro zatížení vodičů větrem  $\Psi_{Wc} = 0,25$ , ale může být i vyšší hodnota součinitele kombinace.

V zatěžovacích stavech s kombinovaným zatížením větrem a námrazou se zatížení příhradových stožárů a sloupů větrem počítají součinitele kombinace  $\Psi_{Wt}=0,25$   $\Psi_{Wpol} = 0,25$ . Zvětšení plochy, vystavené větru, se s tloušťkou námrazy počítá.

### Součinitele aerodynamického odporu a hustota námrazy

Součinitel aerodynamického odporu pro namrzlé vodiče je pro všechny průměry stejná a to  $C_{cl} = 1,1$  a hustota námrazy je  $\rho_l = 500 \text{ kg/m}^3$ .

### Dynamický tlak větru

Pro kombinaci zatížení vodiče extrémní navrhovanou námrazou a mírným větrem je dynamický tlak větru na namrzlé vodiče dán vzorcem.

$$q_{hcl} = \Psi_{wc} \cdot q_h \quad (2.4.8)$$

kde

$q_h$  dynamický tlak větru,

$\Psi_{wc}$  součinitel kombinace.

### Ekvivalentní průměr D vodiče s námrazou

Pro kombinaci zatížení vodiče extrémní navrhovanou námrazou a mírným větrem se ekvivalentní průměr D (m) namrzlého vodiče se vypočte

$$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot l}{g \cdot \pi \cdot \rho_l}} \quad (2.4.9)$$

kde

$d$  průměr vodiče v (m)

$l$  zatížení námrazou na jednotku délky vodiče (N/m)

$g$  gravitační zrychlení ( $\text{m/s}^2$ )

$\rho_l$  hustota námrazy ( $\rho_l = 500 \text{ kg/m}^3$ )

### Zatížení podpěrných bodů silou větru na vodiče s námrazou

Síla větru na podpěrný bod, pocházející od každého namrzlého vodiče z obou sousedních rozpětí, může stanovit jako součet polovin sil větru na namrzlý vodič v obou příslušných celých rozpětích.

Síla větru na namrzlý vodič v jednom rozpětí  $Q_{wcl}$  se vypočte podle vzorce.

$$Q_{wcl} = q_{hcl} \cdot G_q \cdot G_c \cdot C_{cl} \cdot D \cdot L \cdot \sin^2 \beta \quad (2.4.10)$$

kde je

$q_{hel}$  je dynamický tlak větru,

$G_q$  je poryvový součinitel,

$G_e$  je součinitel rozpětí,

$C_{cl}$  je součinitel aerodynamického odporu namrzlého vodiče

$D$  je ekvivalentní průměr namrzlého vodiče,

$L$  je délka příslušného rozpětí,

$\beta$  je úhel mezi směrem větru a osou vodiče.

Na každý podpěrný bod, ohraničující rozpětí, působí polovina této síly. Směr síly je vodorovný a kolmý na rozpětí

#### 2.4.7 Účinky tepla

V normě ČSN EN 82756-3 jsou uvedené podmínky, které mohou nastat.

1. Montážní tabulka: pro přetížení 1 je minimální teplota  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ale pro úroveň spolehlivosti 0 a 1,  $-35\text{ }^{\circ}\text{C}$  pro úroveň spolehlivosti 2 je  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$  pro úroveň spolehlivosti 3, se určí projektantem.
2. Při extrémní rychlosti větru se počítá teplota  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
3. Snížení rychlosti větru v kombinaci s minimální teplotou se nebere v potaz, pokud není určeno jinak. Pokud je vyžádána, musí být určena její minimální hodnota.
4. Při extrémním zatížení námrazou se udává teplota  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
5. Při kombinovaném zatížení námrazou a větrem se udává teplota  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Teplota  $-5^{\circ}\text{C}$  je stanovena jako referenční teplota. V projektové dokumentaci musí být pro každý vodič v každém kotevním úseku uvedena vodorovná složka tahu nebo mechanického napětí vodiče při této teplotě bez dalšího zatížení např. větrem a/nebo námrazou.[1]

#### 2.4.8 Zabezpečovací zatížení

Počítá se zbytkovým statickým zatížením v místě upevnění jednoho fázového vodiče nebo zemního lana, které vznikne uvolněním tahu fázového vodiče nebo zemního lana v sousedním rozpětí. Tím se myslí uvolnění tahu takového vodiče a v takovém z obou sousedních rozpětí, které vede k většímu zatížení jakéhokoli jednotlivého prvku konstrukce a/nebo základu.

Zatížení podpěrných bodů a tahu vodičů se počítají při teplotě vodiče  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , bezvětrí a zatížení vodičů sníženou námrazou, odpovídající tab. 2.2 referenčnímu zatížení námrazou, násobným redukčním součinitelem  $\alpha_{SL} = 0,3$  (odpovídá snížení námrazy přibližné střední roční námraze). Tíha námrazy na izolátorových závěsech se přitom nepočítá. Stejně podmínky platí pro ostatní neuvolněné vodiče.

Pokud to není vysloveně dáno, nemusejí být nosné a rohové podpěrné body navrženy se zřetelem na torzní zabezpečovací zatížení, v případě, že úsek mezi výztužnými podpěrnými body není delší než 3 km a vyložení konzol větší než 1,5 m.[1]

Pokud není výslovně uvedeno jinak, nemusejí být nosné podpěrné body v úsecích mezi výztužnými podpěrnými body navrženy se zřetelem na podélná zabezpečovací zatížení, je-li délka výztužného úseku kratší než 3km.

### Dílčí součinitele zatížení (pro mezní stavy zatížení)

Hodnoty dílčích součinitelů zatížení  $\gamma_F$ , součinitele kombinace pro zatížení větrem  $\Psi_{Wc}$  a redukčních součinitelů  $\alpha$  pro zatížení námrazou, které se používají pro posouzení v mezním stavu únosnosti pro navrhovanou životnost nebo úroveň spolehlivosti, jsou uvedeny v tabulce 2.3.

V tabulce je uvedeno

- Mírný vítr                      násobené součinitelem kombinace  $\Psi_{Wc}$ .
- Extremní vítr                 zatížení větrem s dobou návratu 50 let.
- Extremní námraza          zatížení námrazou s dobou návratu 50 let.
- Úroveň 1                      životnost 50 let
- Úroveň 2                      životnost 150 let
- Úroveň 3                      životnost 500 let

Tab. 2.3 Dílčí součinitele zatížení pro mezní stavy zatížení [1]

Zatěžovací stav		Vítr	Námraza	Úroveň 0		Úroveň 1		Úroveň 2		Úroveň 3		Tíha
		$\Psi_{Wc}$	$\alpha$	$\gamma_w$	$\gamma_i$	$\gamma_w$	$\gamma_i$	$\gamma_w$	$\gamma_i$	$\gamma_w$	$\gamma_i$	$\gamma_G$
1a	Extremní vítr			0,8		1				1,4		1
1b	Min. teplota											1
2a	Extremní rovnoměrná námraza				0,8		1		1,25		1,5	1
2b	Nerovnoměrná námraza, příčný ohyb		$\alpha$		0,8		1		1,25		1,5	1
2c	Nerovnoměrná námraza, podélný ohyb		$\alpha_1, \alpha_2$		0,8		1		1,25		1,5	1
2d	Nerovnoměrná námraza, kroucení		$\alpha_3, \alpha_4$		0,8		1		1,25		1,5	1
3	Kombinovaná extrémní námraza + mírný vítr	0,25		0,8	0,8	1	1	1	1,25	1	1,5	1
4	Montážní a údržbové zatížení			$\gamma_p \geq 1,5$								
5a	Zabezpečovací zatížení, kroucení		$\alpha_{SL}$	$\gamma_{a1} \geq 1,5$								1
5b	Zabezpečovací zatížení podélný ohyb			$\gamma_{a1} \geq 1,5$				$\gamma_p \geq 1,5$				1

Při výpočtu návrhového tahu vodičů se musejí dílčí součinitele zatížení  $\gamma_F$  a součinitel kombinace pro zatížení větrem  $\Psi_{Wc}$  aplikovat na zatížení před výpočtem tahu vodičů.

Výjimky z tabulky 3

- V zatěžovacím stavu 1b se zatížení větrem neuvažuje, jestli působí stálá teplota.
- Zatěžovací stavy 2a, 2b, 2c a 2d se neuvádí.

- Zatěžovací stav 5a, 5b se nepočítá jen tehdy, jestli to není vyslovně dané. To se týká pouze podpěrných bodů, které neslouží jako výztužné nebo koncové, u kterých se zatěžovací stav u 5a uvažovat musí. [1]

## 2.5 Stavová rovnice napnutého vodiče

Při změně teploty se mění průhyb vodiče a mechanické napětí. Mechanický výpočet se dělá pro nejhorší případ, který může nastat. To znamená taky pro klimatické podmínky, při kterém vzniká maximální průhyb nebo dovolené přepětí vodiče. Tyto vzdálenosti a přepětí jsou určeny a v žádných okolnostech nesmí být překročeny.

Vodič při montáži musí mít předepsané mechanické napětí a průhyb, kvůli tomu že se montují při různých klimatických podmínkách, je potřeba sestavit montážní tabulku.[2]

### 2.5.1 Stanovení stavové rovnice

Při sestavování stavové rovnice známe teploty  $\vartheta_0$  a  $\vartheta_1$ . Teplota se zvyšuje  $\vartheta_0 < \vartheta_1$ .

$$\Delta l_{\vartheta} = l_1 - l_0 = \alpha \cdot l_0 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0) \quad (2.5.1)$$

Pro teplotu snižující mechanické napětí.

$$\Delta l_{\sigma} = l_0 - l_1 = \frac{l_0}{E} \cdot (\sigma_{H0} - \sigma_{H1}) \quad (2.5.2)$$

Změna délky ve vodiči.

$$\begin{aligned} \Delta l &= \Delta l_{\vartheta} - \Delta l_{\sigma} = \alpha \cdot l_0 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0) - \frac{l_0}{E} \cdot (\sigma_{H0} - \sigma_{H1}) \\ &= \alpha \cdot l_0 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0) + \frac{l_0}{E} \cdot (\sigma_{H1} - \sigma_{H0}) \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

Délku vodiče můžeme upravit.

$$\Delta l_n = a + \frac{a^3}{24 \cdot c_n^2} \quad (2.5.4)$$

Rozdíl délek se dá napsat pomocí vztahu (2.5.4).

$$\Delta l = l_1 - l_0 = a + \frac{a^3}{24 \cdot c_1^2} - a - \frac{a^3}{24 \cdot c_0^2} = \frac{a^3}{24 \cdot c_1^2} - \frac{a^3}{24 \cdot c_0^2} \quad (2.5.5)$$

Změna délky vodiče podle vztahu (2.5.3) a (2.5.4).

$$\frac{a^3(\gamma \cdot z_1)^2}{24 \cdot \sigma_{H1}^2} - \frac{a^3(\gamma \cdot z_0)^2}{24 \cdot \sigma_{H0}^2} = \alpha \cdot l_0 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0) + \frac{l_0}{E} \cdot (\sigma_{H1} - \sigma_{H0}) \quad (2.5.6)$$

Parabolicky výpočet můžeme zjednodušit a to  $l_0 = a$ .

$$\frac{a^2(\gamma \cdot z_1)^2}{24 \cdot \sigma_{H1}^2} - \frac{a^2(\gamma \cdot z_0)^2}{24 \cdot \sigma_{H0}^2} = \alpha \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0) + \frac{l_0}{E} \cdot (\sigma_{H1} - \sigma_{H0}) \quad (2.5.7)$$

Po úpravách se dostane konečný tvar.

$$\begin{aligned} \sigma_{H1}^3 + \sigma_{H1}^2 \left[ \frac{\gamma^2 \cdot E}{24} \cdot \frac{(a \cdot z_0)^2}{\sigma_{H0}^2} + \alpha \cdot E \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_0) - \sigma_{H0} \right] = \\ = \frac{\gamma^2 \cdot E}{24} \cdot (a \cdot z_1)^2 \end{aligned} \quad (2.5.8)$$

Kde

E modul pružnosti materiálu (MPa)

$\sigma_H$  mechanické napětí (MPa)

## 2.5.2 Kritické rozpětí

Změnou teploty se mění mechanické napětí vodiče. S poklesem teploty se zkracuje délka vodiče a roste mechanické napětí. To se určuje kritické napětí, které je stejné jak při -5 °C s námrazkem.

Předpoklad kritického přepětí.

$$\sigma_{H1} = \sigma_{H0}, \quad \vartheta_0 = -5 \text{ °C}, \quad z_1 = 1$$

Po dosazení předpokladu do vzorce (2.5.8) a jednotlivých úpravách.

$$a = a_{\text{krit}} = \sqrt{\frac{24 \cdot \sigma_{H0}^2 \cdot \alpha \cdot (-\vartheta_1 - 5)}{\gamma^2 \cdot (z_0^2 - 1)}} = \frac{\sigma_{H0}}{\gamma} \cdot \sqrt{\frac{24 \cdot \alpha \cdot (-\vartheta_1 - 5)}{(z_0^2 - 1)}} \quad (2.5.9)$$

## 2.5.3 Kritická teplota

Kritická teplota je stanovena teplota, při které je stejný průhyb jak při -5 °C s námrazkem. Je stejně důležitá jak kritické napětí, při navrhování nových trakčních vedení. Výpočet kritické teploty se sestavuje na rovnosti délek  $\Delta l_\sigma = \Delta l_\vartheta$  a za podmínek.

$$\sigma_{H1} = \sigma_{H\text{krit}}, \quad \vartheta_0 = -5 \text{ °C}, \quad z_1 = 1 \quad \vartheta_1 = \vartheta_{\text{krit}}$$

Ze vztahu (2.5.1) a (2.5.2)

$$\alpha \cdot l_0 \cdot (\vartheta_{\text{krit}} + 5) = \frac{l_0}{E} \cdot \left( \sigma_{H0} - \frac{\sigma_{H0}}{z_0} \right)$$

$$\vartheta_{\text{krit}} = \frac{1}{\alpha \cdot E} \cdot \left( \sigma_{H0} - \frac{\sigma_{H0}}{z_0} \right) - 5 = \frac{\sigma_{H0}}{\alpha \cdot E} \cdot \left( \frac{z_0 - 1}{z_0} \right) - 5 \quad (2.5.10)$$

Kritická teplota nezávisí na rozpětí, ale je třeba ji porovnat s maximální teplotou 40 °C. Můžou nastat jen tyto případy[2]:

$\vartheta_{\text{krit}} > 40 \text{ °C}$       maximální průhyb nastane při -5 °C.

$\vartheta_{\text{krit}} = 40 \text{ °C}$       průhyb při 40 °C je stejný jako při -5 °C.

$\vartheta_{\text{krit}} < 40 \text{ °C}$       maximální průhyb je při teplotě 40 °C.



### 3 Program pro výpočet stavové rovnice vodorovného pole

Program potřebuje pro správné fungování nainstalovaný NET runtime 4.6.1.

Pomocí zadaných parametrů program vypočítá průhyb a mechanické napětí lana.

#### 3.1 Okno pro zadání hodnot

Vstupní okno programu slouží k zadání známých veličin potřebných pro výpočet stavové rovnice a dělí se na čtyři části. A to parametry vodiče, námrazy, větru a navrhovaná životnost.

**Výpočet stavové rovnice**

Parametr lana:

Vzdálenost stožáru a  m

Dovolené napětí  $\sigma$   MPa

Průměr lana d  mm

Model pružnosti E  MPa

Koeficient roztažnosti  $\varphi$   1/°C

Plocha S  mm<sup>2</sup>

Měrná hmotnost g  kg/km

Teplota  $\theta$   °C

Parametr námrazy:

Námrazová oblast

Parametr větru:

Nadmořská výška H  m

Větrná oblast

Životnost:

Třída životnosti

Spočítat

Obr. 3.1 Vstupní parametry

V levé horní části se nachází oblast pro zadání informací o použitém vodiči. Pro základní typy lan s ocelovým jádrem a hliníkovým elektrovodným pláštěm AlFe 240/39 jsou vyplněny automaticky. Pro ostatní případy je nutné údaje zadat ručně. Napětí vodiče v základním stavu by v ideálním případě mělo být dosaženo při zatížení námrazou, větrem a -5°C.

Parametr lana:

Vzdálenost stožáru	a	<input type="text" value="100"/>	m
Dovolené napětí	$\sigma$	<input type="text" value="103,807"/>	MPa
Průměr lana	d	<input type="text" value="21,75"/>	mm
Modul pružnosti	E	<input type="text" value="73861"/>	MPa
Koeficient roztažnosti	$\varphi$	<input type="text" value="0,000018991"/>	1/°C
Plocha	S	<input type="text" value="281,7"/>	mm <sup>2</sup>
Měrná hmotnost	g	<input type="text" value="984,4"/>	kg/km
Teplota	$\vartheta$	<input type="text" value="-5"/>	°C

Obr. 3.2 Parametr lana

V obr. 3.2 jsou uvedené jednotlivé parametry lana, které slouží pro výpočet parametru řetězové rovnice.

Parametr námrazy:

Námrazová oblast

Obr. 3.3 Parametr námrazy

Postup výpočtu zatížení námrazou je uveden v kapitole 2.4.3. U zatížení námrazou stačí jen vybrat hodnotu, která je srolována do seznamu námrazových oblastí podle mapy námrazových oblastí, která je v kapitole 2.4.3.

Parametr větru:

Nadmořská výška H  m  
Větrná oblast

Obr 3.4 Parametr větru

Postup výpočtu zatížení větrem je popsán v kapitole 2.4.2. Pro výpočet zatížení větrem se musí znát několik hodnot. První hodnota uvádí, v jaké nadmořské výšce se vyskytuje projektované místo. Druhá hodnota se vybírá ze seznamu větrné oblasti, která je zarolovaná.

Životnost:

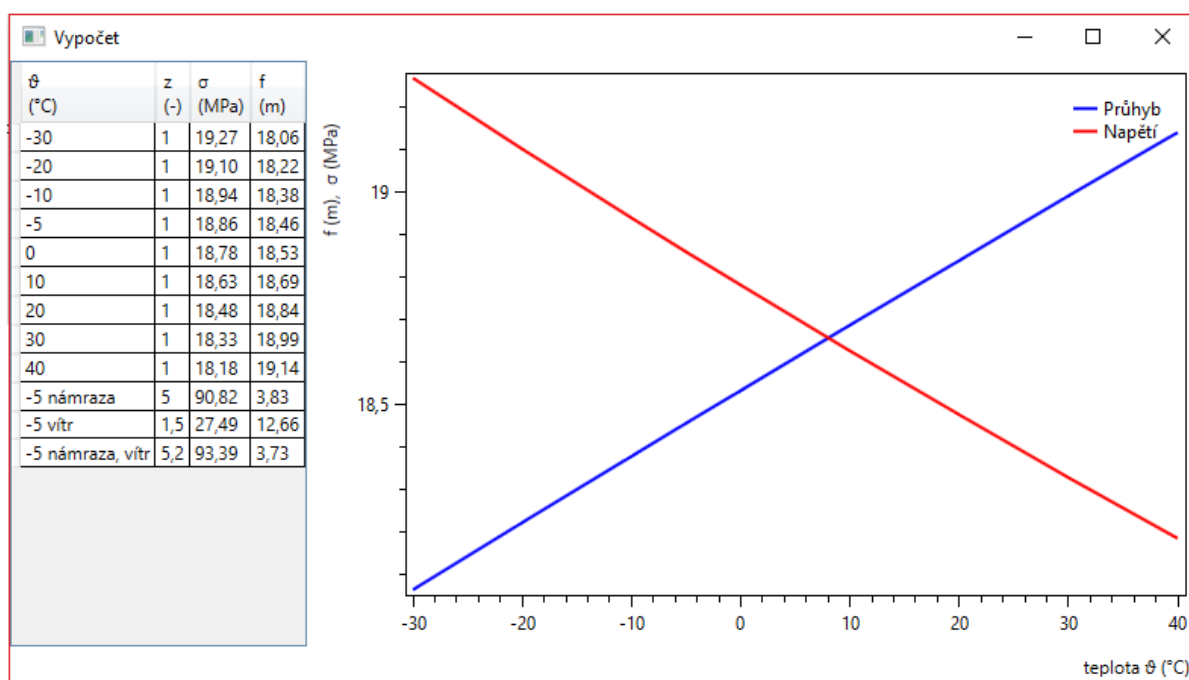
Třída životnosti

Úroveň 1

Obr. 3.5 Navrhovaná životnost

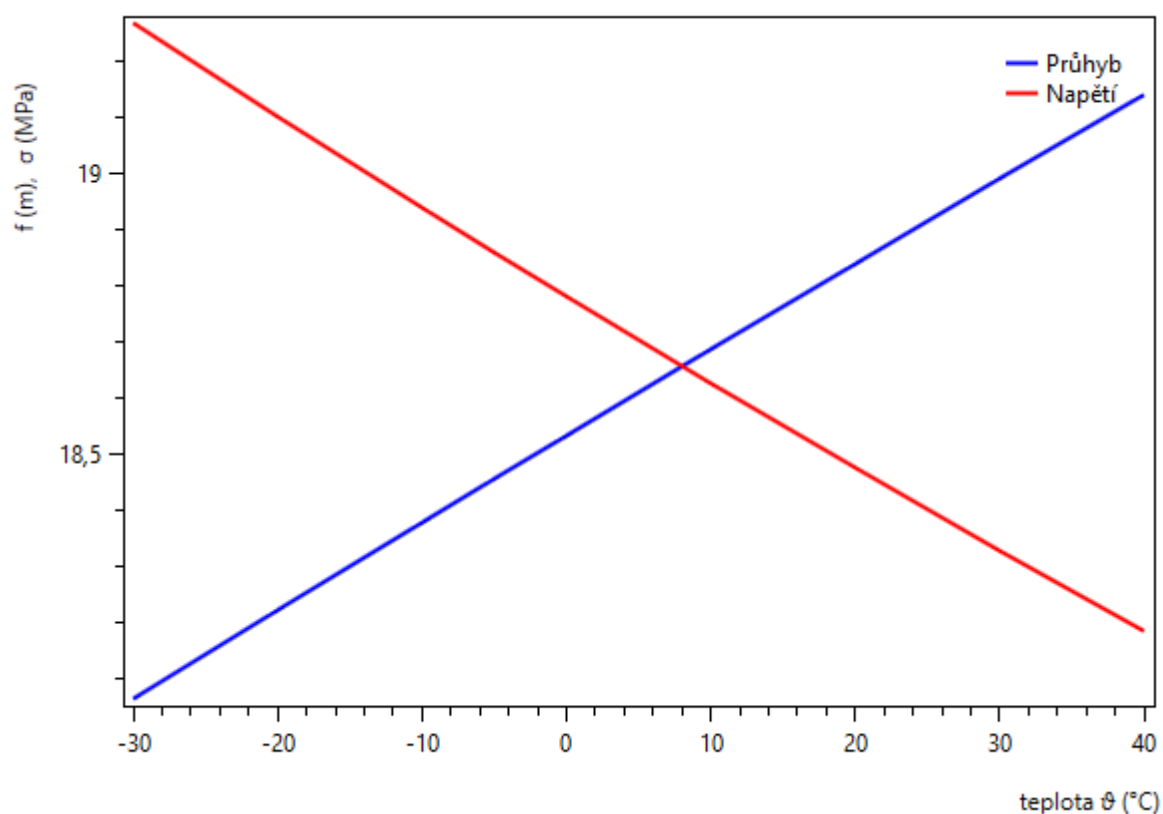
Třída životnosti je uvedena v kapitole 2.4.6 tabulce 2.3. Pro výpočet projektu je důležité, na kolik let je plánovaná životnost zařízení.

## 3.2 Výpočet zadaných hodnot



Obr. 3.6 Ukázka vypočtených hodnot

V obr. 3.6 jsou uvedena vyhodnocení výsledků pro průhyb a napětí lana. Vzorce pro výpočet jednotlivých hodnot je v kapitole 2.



Obr. 3.7 Graf výsledků

V obr. 3.7 je graficky znázorněn průhyb a napětí lana, které je závislé na teplotě. Průhyb lana je v grafu vyznačen modře a jeho hodnota je v metrech, na rozdíl od napětí lana, které je vyznačeno červeně a jeho hodnota je MPa.

$\theta$ (°C)	$z$ (-)	$\sigma$ (MPa)	$f$ (m)
-30	1	80,15	0,34
-20	1	67,58	0,41
-10	1	55,90	0,49
-5	1	50,54	0,54
0	1	45,60	0,60
10	1	37,18	0,74
20	1	30,80	0,89
30	1	26,17	1,05
40	1	22,82	1,20
-5 námraza	4,2	91,08	0,30
-5 vítr	1,6	58,21	0,47
-5 námraza, vítr	4,4	93,09	0,29

Obr. 3.8 Montážní tabulka

Tabulka slouží pro výpočet jednotlivých zatěžovacích stavů. V ní jsou uvedeny zatěžovací stavy předepsané normou a také se zde nachází výpočet pro jednotlivé teploty bez přídavného zatížení. Hodnota zatížení 1 znamená zatížení pouze vlastní tíhou vodiče. Vlastní tíha vodiče má hodnotu zatížení 1, menší hodnota než 1 nemůže nastat.

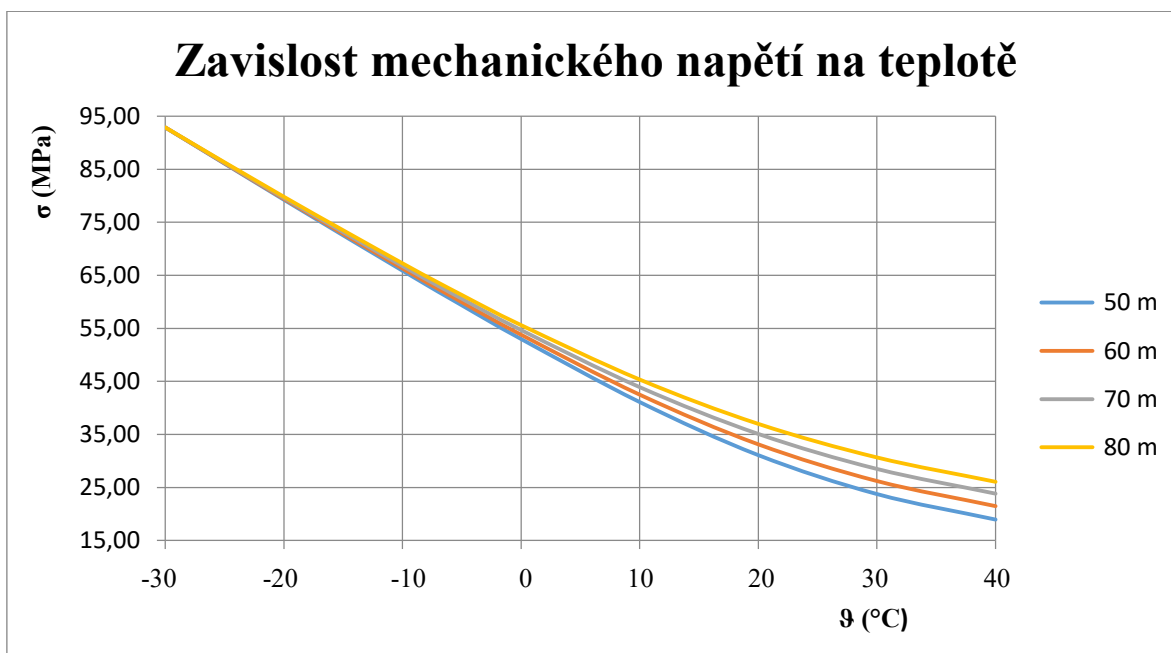
## 4 Montážní tabulky a montážní křivky pro konkrétní vodiče

Montážní tabulky jsou pro vodiče typu lan AlFe 240/39, při větrné oblasti 2 a rozdílnou námrazovou oblastí.

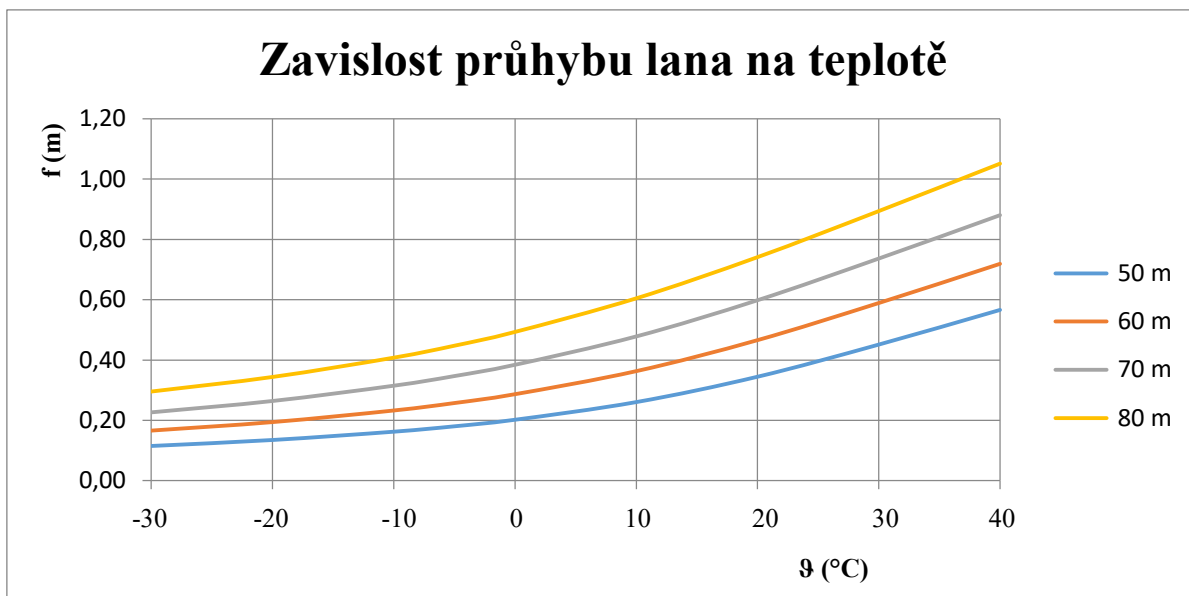
### 4.1 Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N0

Tab. 4.1 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N0 a oblast větru 2

Vzdálenost stožáru		50 m		60 m		70 m		80 m	
$\vartheta$ (°C)	z (-)	$\sigma$ (MPa)	f (m)	$\sigma$ (MPa)	f (m)	$\sigma$ (MPa)	f (m)	$\sigma$ (MPa)	f (m)
-30	1,00	92,88	0,12	92,88	0,17	92,89	0,23	92,90	0,30
-20	1,00	79,24	0,14	79,41	0,19	79,61	0,26	79,82	0,34
-10	1,00	65,86	0,16	66,28	0,23	66,76	0,31	67,27	0,41
-5	1,00	59,33	0,18	59,93	0,26	60,59	0,35	61,30	0,45
0	1,00	52,97	0,20	53,79	0,29	54,68	0,38	55,62	0,49
10	1,00	41,08	0,26	42,48	0,36	43,92	0,48	45,36	0,60
20	1,00	31,07	0,34	33,11	0,47	35,09	0,60	36,99	0,74
30	1,00	23,73	0,45	26,19	0,59	28,50	0,74	30,67	0,89
40	1,00	18,92	0,57	21,46	0,72	23,84	0,88	26,07	1,05
-5 (N0)	1,49	61,96	0,17	63,45	0,24	65,03	0,32	66,65	0,41
-5 (2)	1,60	62,68	0,17	64,26	0,24	65,91	0,32	67,57	0,41
-5 (N0+2)	1,57	62,47	0,17	64,09	0,24	65,79	0,32	67,54	0,41



Obr. 4.1 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N0 a různá rozpětí



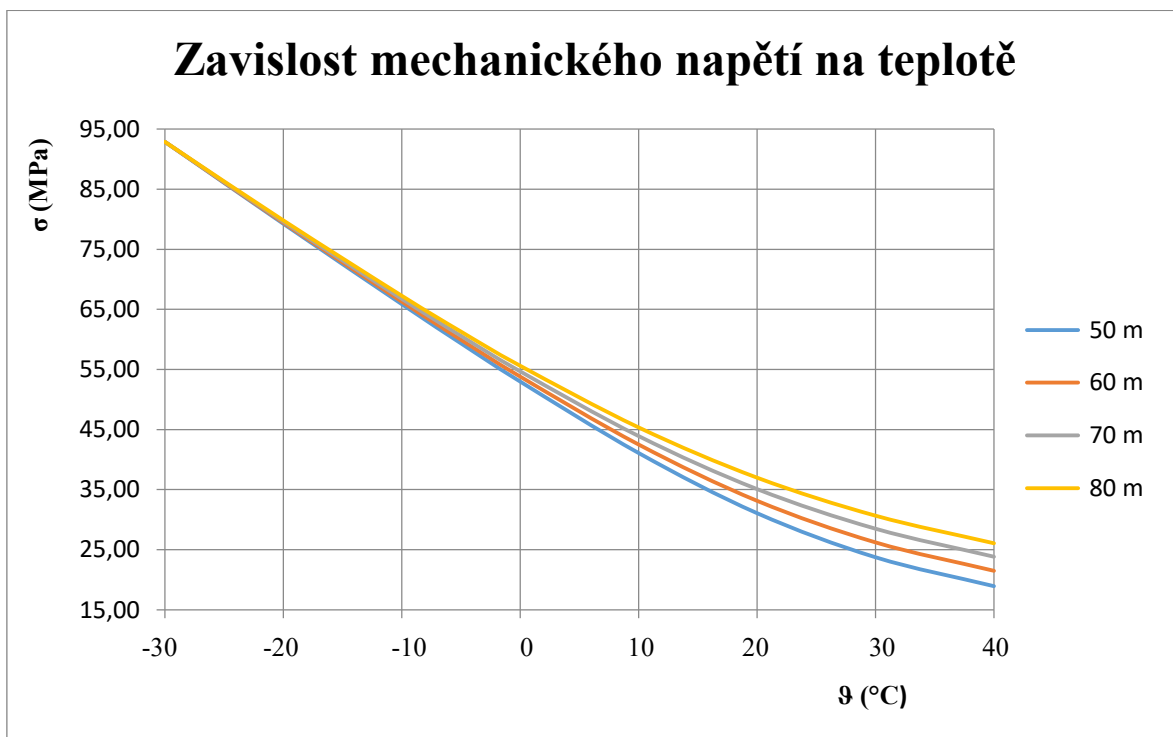
Obr. 4.2 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N0 a různá rozpětí

V tab. 4.1 můžeme vidět, že největší napětí lana není v  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  s námrazou a větrem, ale při  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$  bez zatížení. Obr. 4.1 je závislost napětí lana na teplotě, při rostoucí teplotě klesá napětí lana a naopak při klesající teplotě se napětí zvyšuje (obr. 4.2)

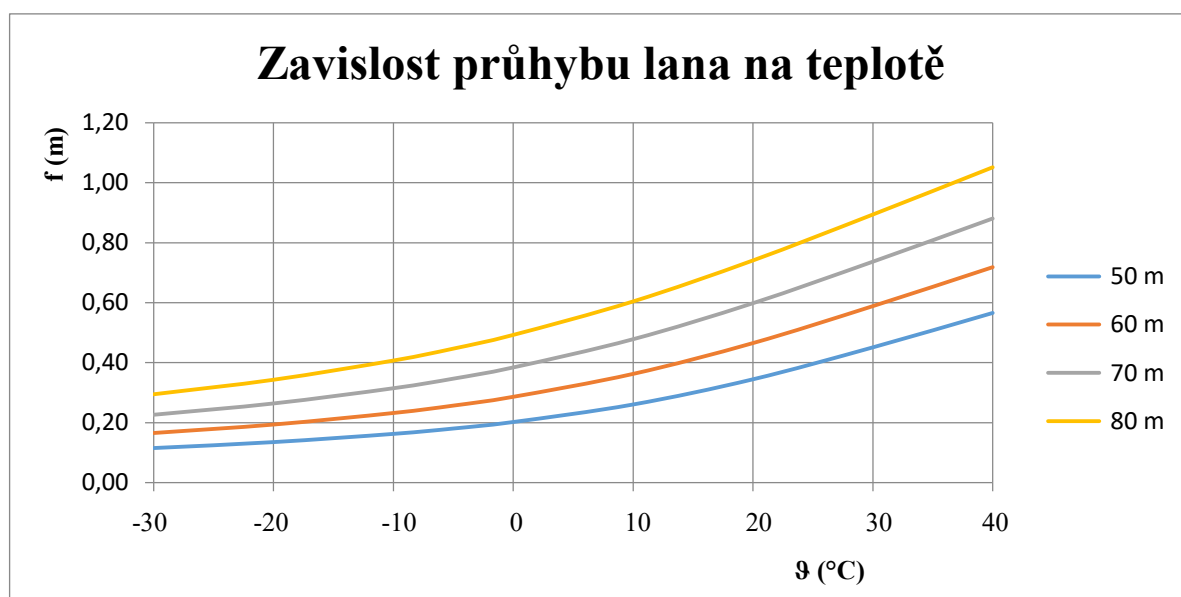
## 4.2 Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N1

Tab. 4.2 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N1 a oblast větru 2

Vzdálenost stožáru		50 m		60 m		70 m		80 m	
$\vartheta$	$z$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$
( $^{\circ}\text{C}$ )	(-)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)
-30	1,00	92,88	0,12	92,88	0,17	92,89	0,23	92,90	0,30
-20	1,00	79,24	0,14	79,41	0,19	79,60	0,26	79,82	0,34
-10	1,00	65,86	0,16	66,28	0,23	66,76	0,31	67,27	0,41
-5	1,00	59,33	0,18	59,93	0,26	60,59	0,35	61,30	0,45
0	1,00	52,97	0,20	53,79	0,29	54,68	0,38	55,62	0,49
10	1,00	41,08	0,26	42,48	0,36	43,92	0,48	45,36	0,60
20	1,00	31,07	0,34	33,11	0,47	35,09	0,60	36,99	0,74
30	1,00	23,73	0,45	26,19	0,59	28,50	0,74	30,67	0,89
40	1,00	18,92	0,57	21,46	0,72	23,84	0,88	26,07	1,05
-5 (N1)	2,01	65,31	0,16	67,75	0,23	70,25	0,30	72,78	0,38
-5 (2)	1,60	62,68	0,17	64,26	0,24	65,90	0,32	67,57	0,41
-5 (N1+2)	2,14	66,18	0,16	68,80	0,22	71,48	0,29	74,16	0,37



Obr. 4.3 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N1 a různá rozpětí



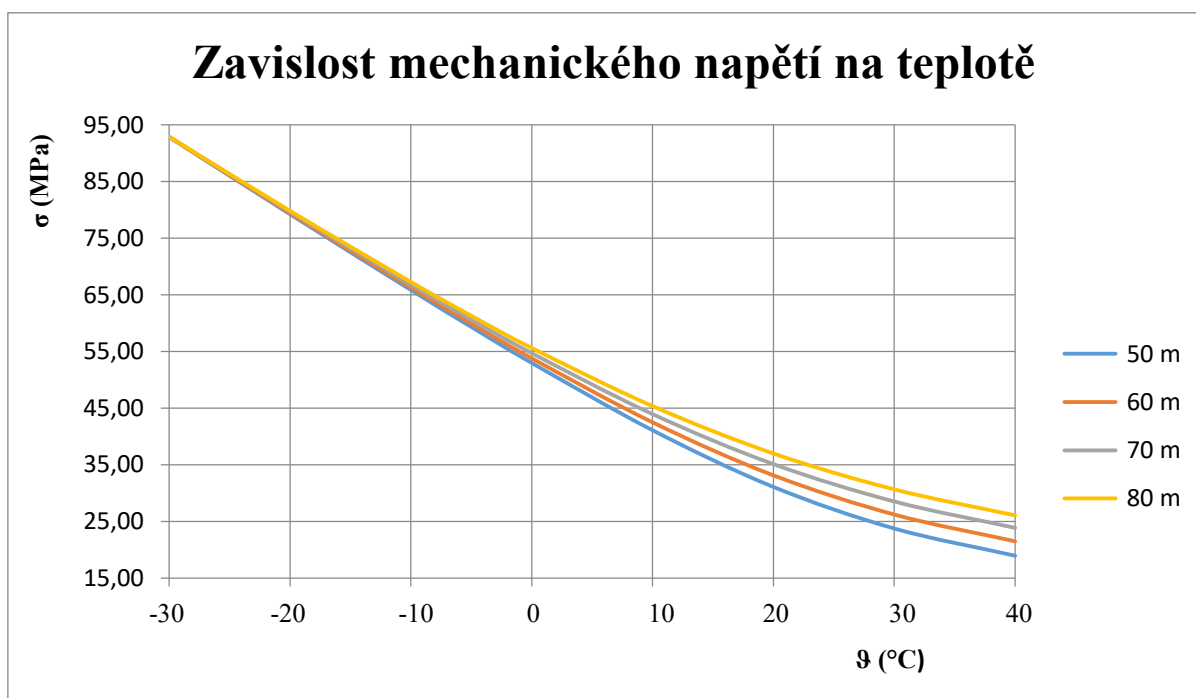
Obr. 4.4 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N1 a různá rozpětí



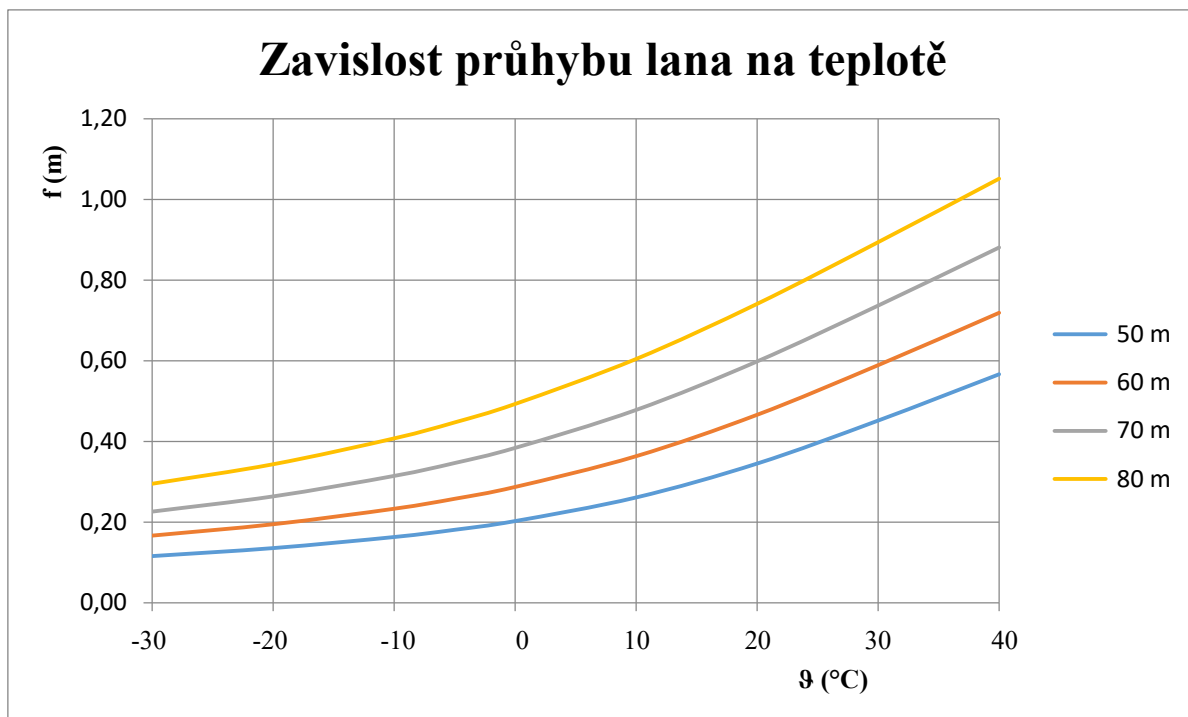
### 4.3 Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N2

Tab. 4.3 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N2 a oblast větru 2

Vzdálenost stožáru		50 m		60 m		70 m		80 m	
$\vartheta$	$z$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$
(°C)	(-)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)
-30	1,00	92,88	0,12	92,88	0,17	92,89	0,23	92,90	0,30
-20	1,00	79,24	0,14	79,41	0,19	79,61	0,26	79,82	0,34
-10	1,00	65,86	0,16	66,28	0,23	66,76	0,31	67,27	0,41
-5	1,00	59,33	0,18	59,93	0,26	60,59	0,35	61,30	0,45
0	1,00	52,97	0,20	53,79	0,29	54,68	0,38	55,62	0,49
10	1,00	41,08	0,26	42,48	0,36	43,92	0,48	45,36	0,60
20	1,00	31,06	0,34	33,11	0,47	35,09	0,60	36,99	0,74
30	1,00	23,73	0,45	26,19	0,59	28,50	0,74	30,67	0,89
40	1,00	18,92	0,57	21,46	0,72	23,84	0,88	26,07	1,05
-5 (N2)	3,10	73,03	0,15	77,25	0,20	81,42	0,26	85,52	0,32
-5 (2)	1,60	62,68	0,17	64,26	0,24	65,91	0,32	67,57	0,41
-5 (N2+2)	3,27	74,28	0,14	78,71	0,20	83,07	0,25	87,33	0,31



Obr. 4.5 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N2 a různá rozpětí

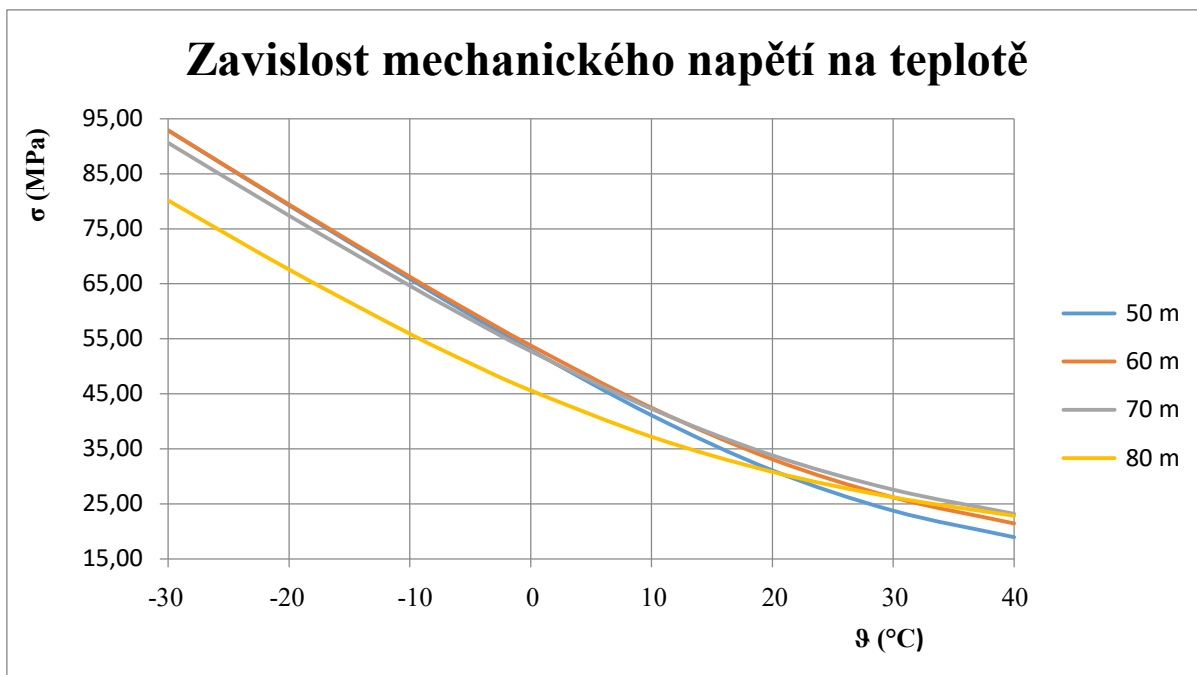


Obr. 4.6 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N2 a různá rozpětí

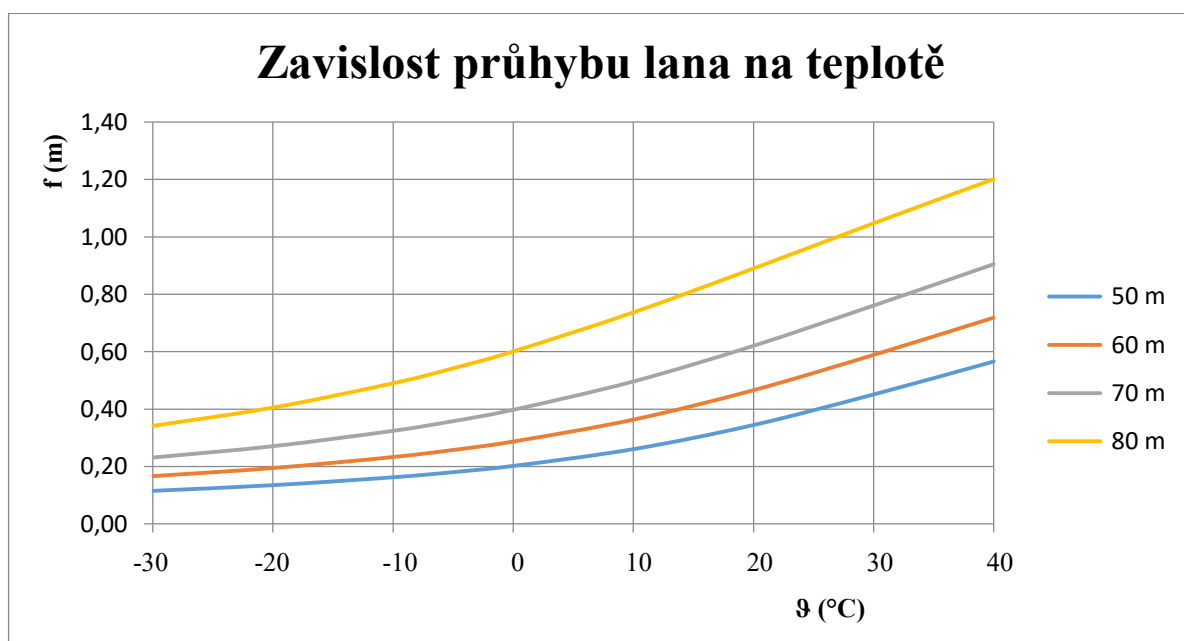
#### 4.4 Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N3

Tab. 4.4 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N3 a oblast větru 2

Vzdálenost stožáru		50 m		60 m		70 m		80 m	
$\theta$	$z$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$
(°C)	(-)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)
-30	1,00	92,88	0,12	92,88	0,17	90,64	0,23	80,15	0,34
-20	1,00	79,24	0,14	79,41	0,19	77,41	0,27	67,58	0,41
-10	1,00	65,86	0,16	66,28	0,23	64,66	0,32	55,90	0,49
-5	1,00	59,33	0,18	59,93	0,26	58,58	0,36	50,54	0,54
0	1,00	52,97	0,20	53,79	0,29	52,76	0,40	45,60	0,60
10	1,00	41,08	0,26	42,48	0,36	42,28	0,50	37,18	0,74
20	1,00	31,06	0,34	33,11	0,47	33,83	0,62	30,80	0,89
30	1,00	23,73	0,45	26,19	0,59	27,59	0,76	26,17	1,05
40	1,00	18,91	0,57	21,46	0,72	23,21	0,90	22,82	1,20
-5 (N3)	4,22	81,17	0,13	86,94	0,18	91,25	0,23	91,08	0,30
-5 (2)	1,60	62,68	0,17	64,26	0,24	64,12	0,33	58,21	0,47
-5 (N3+2)	4,41	82,57	0,13	88,54	0,17	93,05	0,23	93,09	0,29



Obr. 4.7 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N3 a různá rozpětí

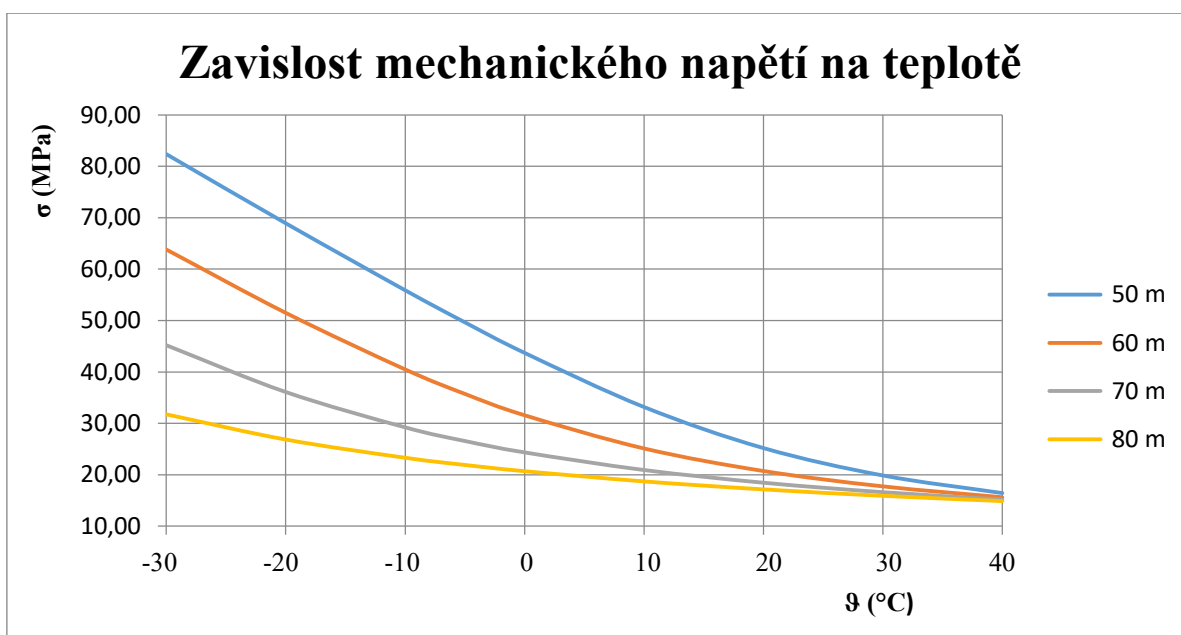


Obr. 4.8 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N3 a různá rozpětí

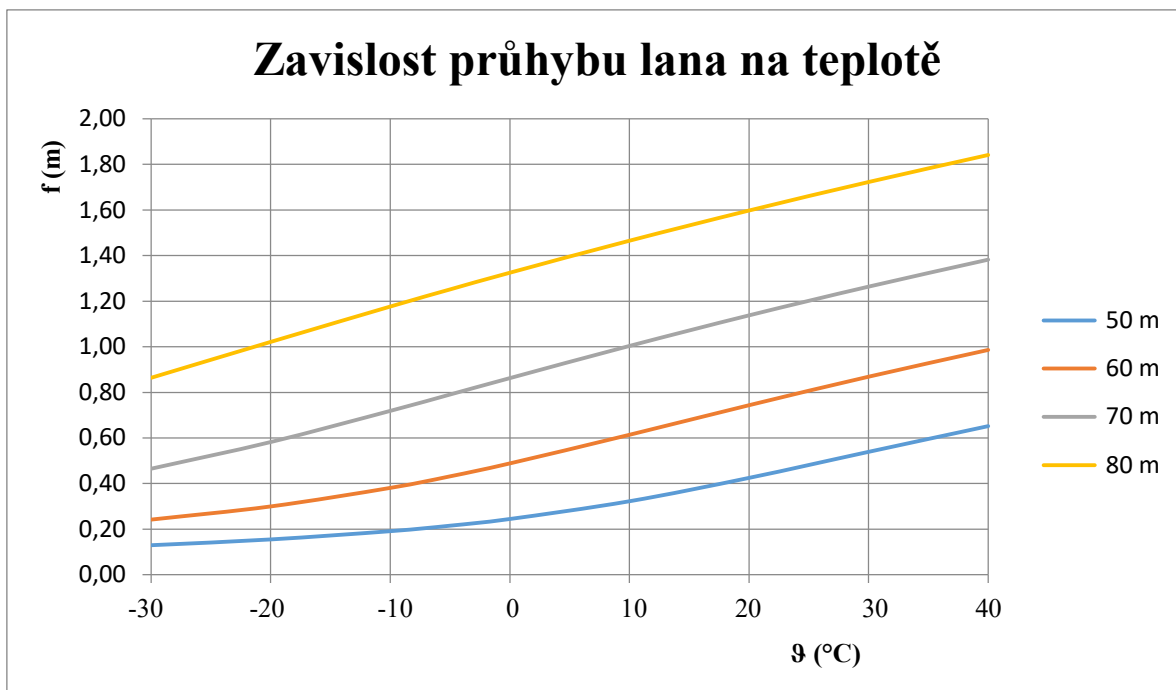
## 4.5 Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N5

Tab. 4.5 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N5 a oblast větru 2

Vzdálenost stožáru		50 m		60 m		70 m		80 m	
$\vartheta$	$z$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$
(°C)	(-)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)
-30	1,00	82,39	0,13	63,82	0,24	45,20	0,46	31,73	0,86
-20	1,00	68,94	0,16	51,51	0,30	36,10	0,58	26,84	1,02
-10	1,00	55,90	0,19	40,51	0,38	29,22	0,72	23,31	1,18
-5	1,00	49,66	0,22	35,75	0,43	26,57	0,79	21,91	1,25
0	1,00	43,71	0,25	31,59	0,49	24,34	0,86	20,70	1,32
10	1,00	33,17	0,32	25,13	0,61	20,92	1,00	18,72	1,47
20	1,00	25,18	0,43	20,75	0,74	18,45	1,14	17,17	1,60
30	1,00	19,85	0,54	17,76	0,87	16,61	1,26	15,92	1,72
40	1,00	16,42	0,65	15,64	0,99	15,19	1,38	14,89	1,84
-5 (N5)	6,50	91,56	0,12	91,40	0,17	91,29	0,23	91,22	0,30
-5 (2)	1,60	53,98	0,20	43,18	0,36	35,80	0,59	31,36	0,87
-5 (N5+2)	6,72	93,08	0,12	93,14	0,17	93,19	0,23	93,23	0,29



Obr. 4.9 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N5 a různá rozpětí

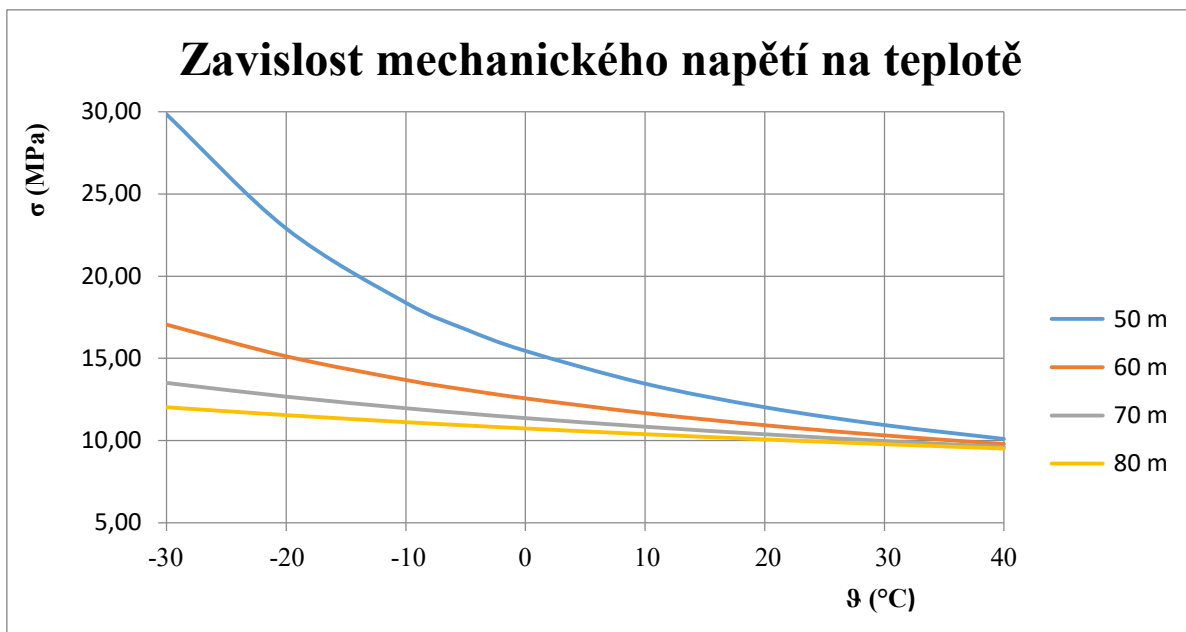


Obr. 4.10 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N5 a různá rozpětí

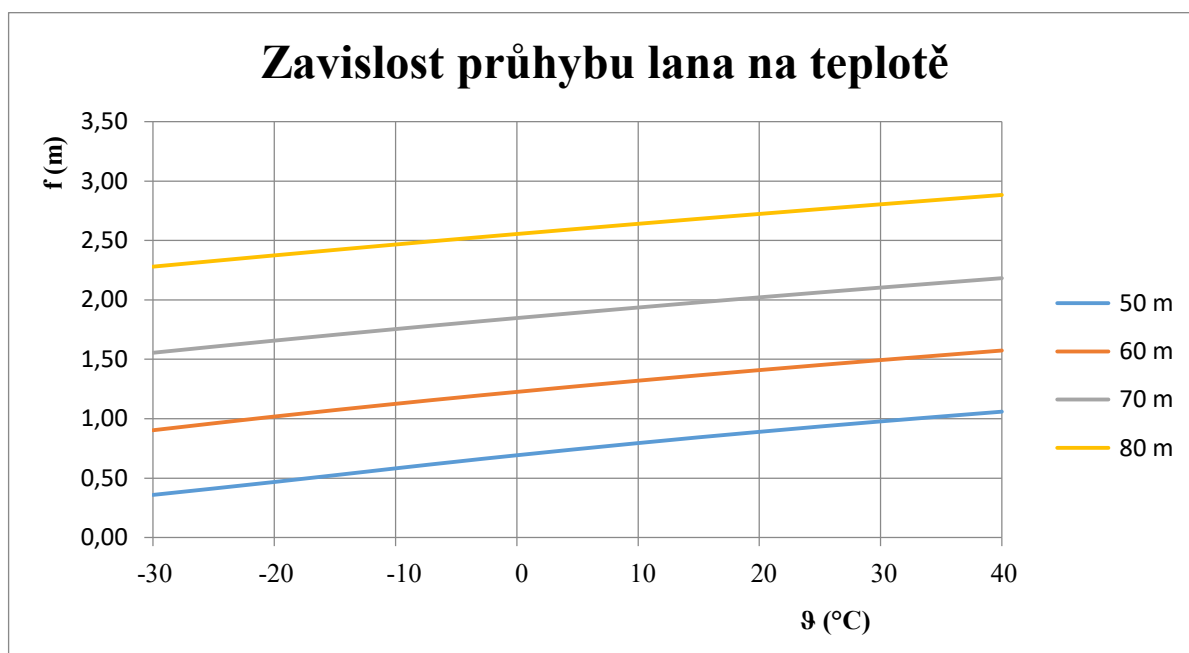
## 4.6 Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N8

Tab. 4.6 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N8 a oblast větru 2

Vzdálenost stožáru		50 m		60 m		70 m		80 m	
θ	z	σ	f	σ	f	σ	f	σ	f
(°C)	(-)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)
-30	1,00	29,84	0,36	17,06	0,90	13,51	1,55	12,03	2,28
-20	1,00	22,90	0,47	15,13	1,02	12,68	1,66	11,55	2,37
-10	1,00	18,38	0,58	13,69	1,13	11,97	1,75	11,12	2,47
-5	1,00	16,77	0,64	13,10	1,18	11,66	1,80	10,92	2,51
0	1,00	15,45	0,69	12,58	1,23	11,37	1,85	10,74	2,55
10	1,00	13,46	0,80	11,68	1,32	10,85	1,94	10,39	2,64
20	1,00	12,03	0,89	10,94	1,41	10,39	2,02	10,07	2,72
30	1,00	10,95	0,98	10,32	1,49	9,99	2,10	9,78	2,80
40	1,00	10,10	1,06	9,80	1,57	9,62	2,18	9,51	2,88
-5 (N8)	9,98	91,73	0,12	91,68	0,17	91,66	0,23	91,65	0,30
-5 (2)	1,60	24,23	0,44	19,94	0,77	17,95	1,17	16,84	1,63
-5 (N8+2)	10,22	93,22	0,11	93,27	0,17	93,30	0,23	93,33	0,29



Obr. 4.11 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N8 a různá rozpětí



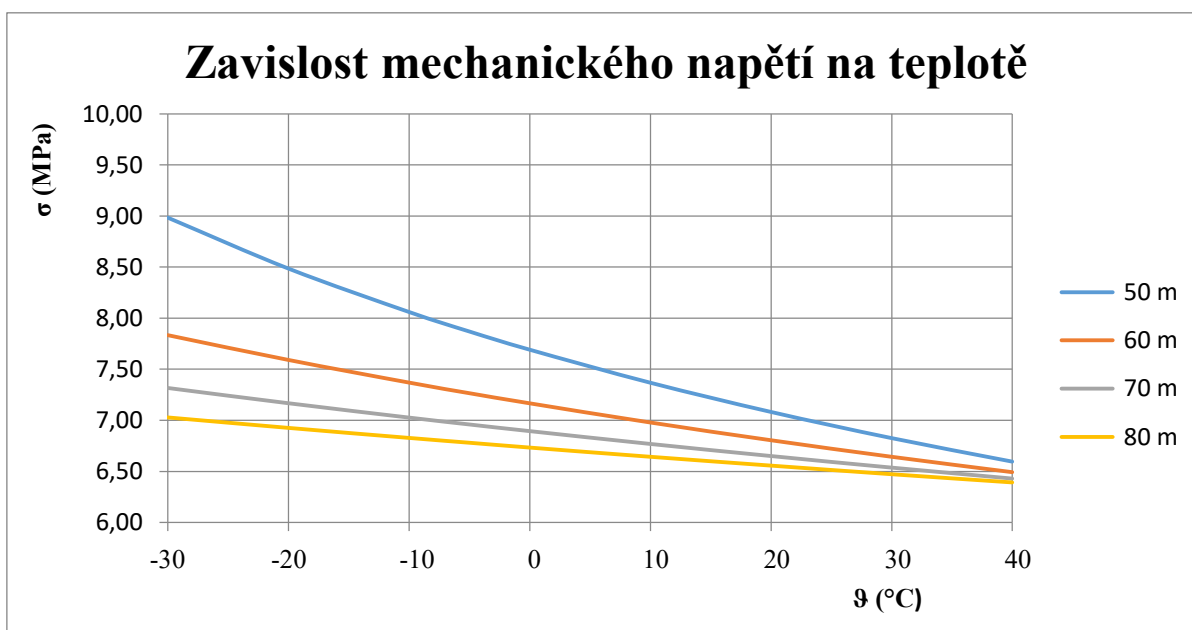
Obr. 4.12 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N8 a různá rozpětí

Z tab. 4.6 můžeme vidět, že při rozdílné vzdálenosti stožáru se mění napětí a průhyb při stejných teplotách.

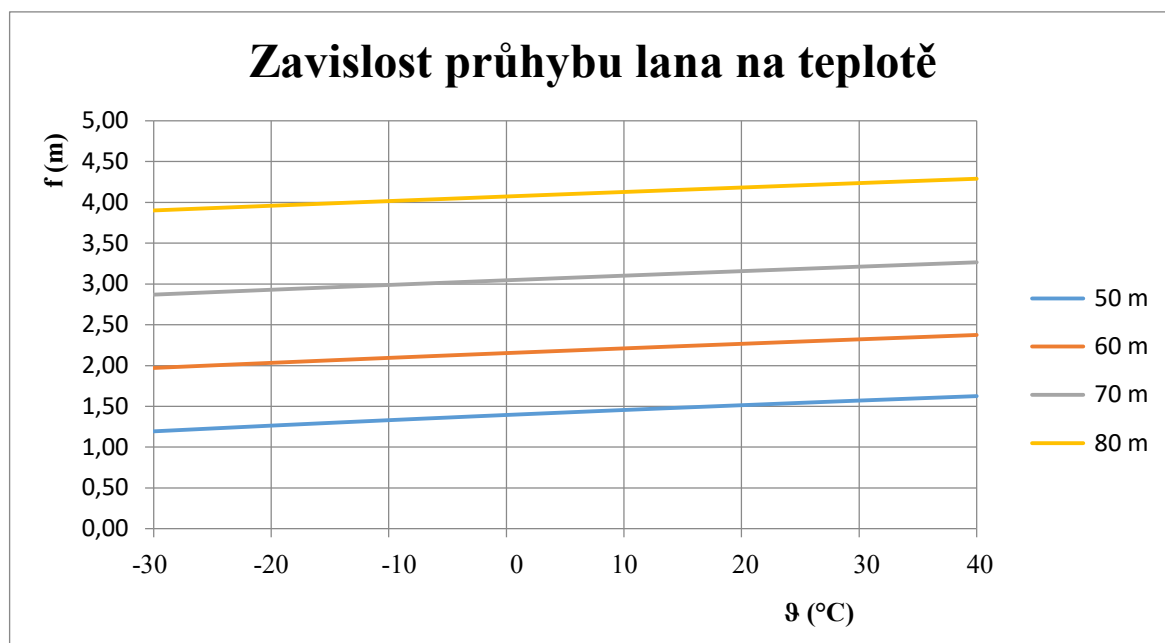
## 4.7 Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N12

Tab. 4.7 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N12 a oblast větru 2

Vzdálenost stožáru		50 m		60 m		70 m		80 m	
$\vartheta$	$z$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$	$\sigma$	$f$
(°C)	(-)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)	(MPa)	(m)
-30	1,00	8,98	1,19	7,83	1,97	7,32	2,87	7,03	3,90
-20	1,00	8,49	1,26	7,59	2,03	7,17	2,93	6,93	3,96
-10	1,00	8,06	1,33	7,37	2,09	7,03	2,99	6,83	4,02
-5	1,00	7,87	1,36	7,27	2,12	6,96	3,02	6,78	4,04
0	1,00	7,69	1,39	7,17	2,15	6,89	3,05	6,73	4,07
10	1,00	7,37	1,45	6,98	2,21	6,77	3,10	6,64	4,13
20	1,00	7,08	1,51	6,80	2,27	6,65	3,16	6,56	4,18
30	1,00	6,83	1,57	6,64	2,32	6,54	3,21	6,47	4,24
40	1,00	6,60	1,62	6,49	2,38	6,43	3,26	6,39	4,29
-5 (N12)	14,69	92,06	0,12	92,06	0,17	92,07	0,23	92,09	0,30
-5 (2)	1,60	12,43	0,86	11,45	1,35	10,91	1,92	10,57	2,59
-5 (N12+2)	14,93	93,31	0,11	93,34	0,17	93,36	0,22	93,38	0,29



Obr. 4.13 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N12 a různá rozpětí



Obr. 4.14 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N12 a různá rozpětí

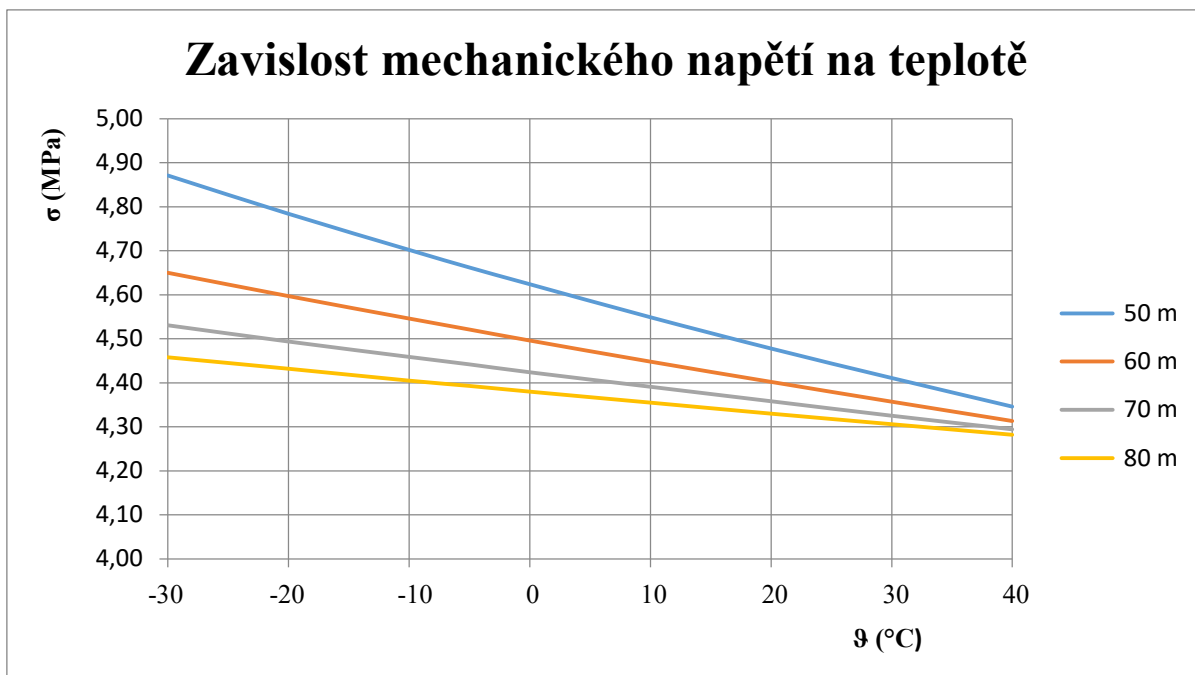
Z tab. 4.7, při zatížení námrazou N12 a větrnou oblastí 2 při teplotě  $-5^{\circ}\text{C}$  je hodnota přetížení 14,93. Obr. 4.13 vidíme, že největší napětí lana při vzdálenosti 50 m je teplotě  $-30^{\circ}\text{C}$  a největší průhyb (obr. 4.14) je při teplotě  $40^{\circ}\text{C}$

## 4.8 Montážní tabulka a montážní křivky pro zatížení námrazou N18

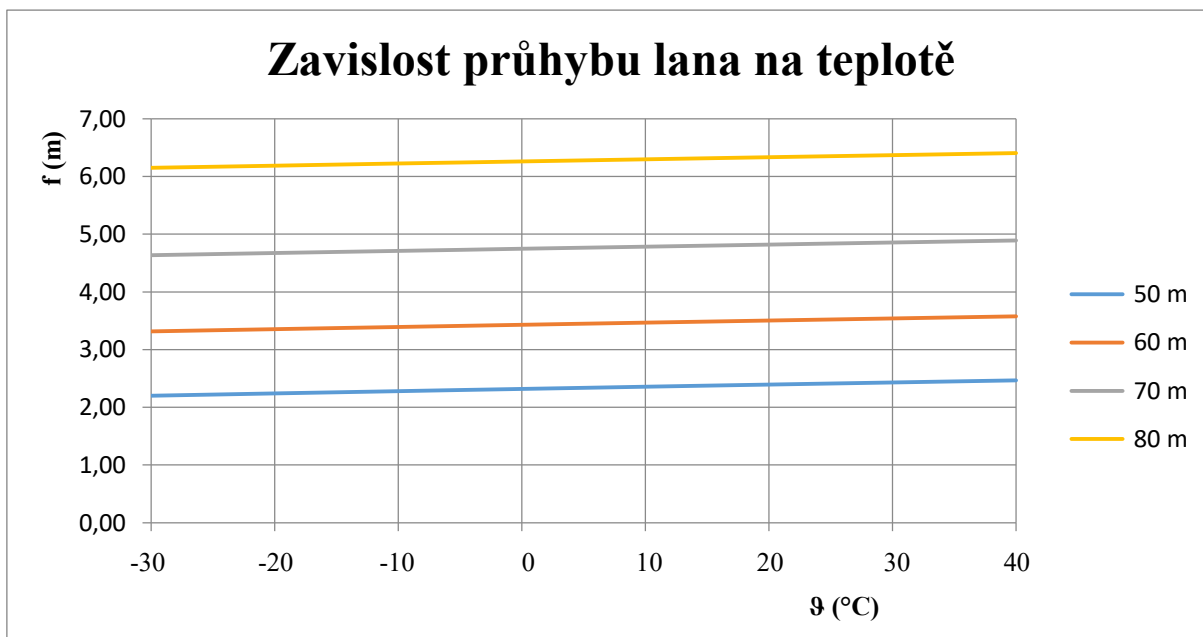
Tab. 4.7 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N18 a oblast větru 2

Vzdálenost stožáru		50 m		60 m		70 m		80 m	
$\theta$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	z (-)	$\sigma$ (MPa)	f (m)	$\sigma$ (MPa)	f (m)	$\sigma$ (MPa)	f (m)	$\sigma$ (MPa)	f (m)
-30	1,00	4,87	2,20	4,65	3,32	4,53	4,63	4,46	6,15
-20	1,00	4,78	2,24	4,60	3,36	4,49	4,67	4,43	6,19
-10	1,00	4,70	2,28	4,55	3,39	4,46	4,71	4,40	6,23
-5	1,00	4,66	2,30	4,52	3,41	4,44	4,73	4,39	6,24
0	1,00	4,62	2,32	4,50	3,43	4,42	4,75	4,38	6,26
10	1,00	4,55	2,35	4,45	3,47	4,39	4,78	4,35	6,30
20	1,00	4,48	2,39	4,40	3,50	4,36	4,82	4,33	6,33
30	1,00	4,41	2,43	4,36	3,54	4,32	4,85	4,31	6,37
40	1,00	4,35	2,46	4,31	3,58	4,29	4,89	4,28	6,40
-5 (N18)	21,81	92,41	0,12	92,43	0,17	92,45	0,23	92,47	0,30
-5 (2)	1,60	7,45	1,44	7,17	2,15	6,99	3,00	6,87	3,99
-5 (N18+2)	22,06	93,37	0,11	93,39	0,17	93,40	0,22	93,40	0,29





Obr. 4.15 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N18 a různá rozpětí



Obr. 4.16 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N18 a různá rozpětí

Z tab. 4.7 je patrné, že největší namáhání je při  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  s přetížením námrazou i větrem. Při těchto stupních činí napětí lana  $93,37\text{ MPa}$ . Největší průhyb je při teplotách  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  a nejmenší hodnota průhybu je při  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  s námrazou a větrem. Obr. 4.15 znázorněná závislost napětí lana na teplotě. Napětí lana klesá při vzrůstající teplotě. Z Obr. 4.14 závislost průhybů lana k teplotě je opačný stav, při klesající teplotě klesá i průhyb.

## **Závěr**

Cílem diplomové práce bylo vytvoření programu pro mechanický návrh zesilovacího vodiče trakčního vedení v závislosti na mechanickém namáhání námrazkem a větrem podle námrazové oblasti a větrné oblasti. Výsledky program prezentuje ve formě montážní křivky a montážní tabulky. Program zaručuje, že v provozu bude maximálně využita mechanická pevnost vodiče, ale přitom nebude překročeno jeho dovolené namáhání při klimatických podmínkách určených normou. Důležitým výsledkem je také maximální průhyb, který může mít vliv na výšku stožárů, resp. jejich rozpětí.

V diplomové práci jsem sestavil program pro výpočet mechanického návrhu zesilovacího vedení podle dostupné literatury a normových předpisů pro návrh elektrických vedení ČSN EN 50 341. Jako výpočtové prostředí jsem zvolil program visual studio 2017. Při tvorbě programu jsem kladl důraz na příjemný vzhled.

V diplomové práci jsou taky uvedeny montážní tabulky a montážní křivky pro konkrétní vodič a rozdílné vzdálenosti stožárů. U jednotlivých tabulek jsou určeny odlišné námrazové oblasti a k tomu jsou uvedeny montážní křivky pro průhyb a mechanické napětí pro jednotlivé vzdálenosti stožárů.

## Seznam obrázku

<i>Obr. 1.1 Časti trakčního vedení .....</i>	<i>7</i>
<i>Obr. 1.2 Trolejové vedení.....</i>	<i>8</i>
<i>Obr. 1.3 Vlevo Polokompenzované, vpravo plně kompenzované.....</i>	<i>8</i>
<i>Obr. 1.4 Kompenzační napínadlo .....</i>	<i>9</i>
<i>Obr. 2.1 Křivka průhybu .....</i>	<i>12</i>
<i>Obr. 2.2 Souměrný průhyb vodiče.....</i>	<i>14</i>
<i>Obr. 2.3 Mechanické napětí .....</i>	<i>16</i>
<i>Obr. 2.4 Nesouměrně zavěšený vodič.....</i>	<i>18</i>
<i>Obr. 2.5 Utopeny stožár .....</i>	<i>22</i>
<i>Obr. 2.6 Námrazová oblast .....</i>	<i>26</i>
<i>Obr. 3.1 Vstupní parametry.....</i>	<i>34</i>
<i>Obr. 3.2 Parametr lana .....</i>	<i>35</i>
<i>Obr. 3.3 Parametr námrazy .....</i>	<i>35</i>
<i>Obr. 3.4 Parametr větru.....</i>	<i>35</i>
<i>Obr. 3.5 Navrhovaná životnost .....</i>	<i>36</i>
<i>Obr. 3.6 Ukázka vypočtených hodnot.....</i>	<i>36</i>
<i>Obr. 3.7 Graf montážní tabulky .....</i>	<i>37</i>
<i>Obr. 3.8 Montážní tabulka .....</i>	<i>37</i>
<i>Obr. 4.1 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N0 a různá rozpětí.....</i>	<i>39</i>
<i>Obr. 4.2 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N1 a různá rozpětí .....</i>	<i>40</i>
<i>Obr. 4.3 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N1 a různá rozpětí.....</i>	<i>41</i>
<i>Obr. 4.4 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N1 a různá rozpětí .....</i>	<i>41</i>
<i>Obr. 4.5 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N2 a různá rozpětí.....</i>	<i>42</i>
<i>Obr. 4.6 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N2 a různá rozpětí .....</i>	<i>43</i>
<i>Obr. 4.7 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N3 a různá rozpětí.....</i>	<i>44</i>

<i>Obr. 4.8 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N3 a různá rozpětí .....</i>	<i>44</i>
<i>Obr. 4.9 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N5 a různá rozpětí.....</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 4.10 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N5 a různá rozpětí .....</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 4.11 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N8 a různá rozpětí.....</i>	<i>47</i>
<i>Obr. 4.12 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N8 a různá rozpětí .....</i>	<i>47</i>
<i>Obr. 4.13 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N12 a různá rozpětí.....</i>	<i>48</i>
<i>Obr. 4.14 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N12 a různá rozpětí .....</i>	<i>49</i>
<i>Obr. 4.15 Montážní křivky napětí pro námrazovou oblast N18 a různá rozpětí.....</i>	<i>50</i>
<i>Obr. 4.16 Montážní křivky průhybu pro námrazovou oblast N18 a různá rozpětí .....</i>	<i>50</i>

## **Seznam tabulek**

<i>Tab. 2.1 Referenční rychlost větru a součinitel nadmořské výšky.....</i>	<i>24</i>
<i>Tab. 2.2 Námrazová oblast.....</i>	<i>26</i>
<i>Tab. 2.3 Dílčí součinitele zatížení pro mezní stavy zatížení.....</i>	<i>30</i>
<i>Tab. 4.1 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N0 a oblast větru 2.....</i>	<i>39</i>
<i>Tab. 4.2 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N1 a oblast větru 2.....</i>	<i>40</i>
<i>Tab. 4.3 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N2 a oblast větru 2.....</i>	<i>42</i>
<i>Tab. 4.4 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N3 a oblast větru 2.....</i>	<i>43</i>
<i>Tab. 4.5 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N5 a oblast větru 2.....</i>	<i>45</i>
<i>Tab. 4.6 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N8 a oblast větru 2.....</i>	<i>46</i>
<i>Tab. 4.7 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N12 a oblast větru 2 .....</i>	<i>48</i>
<i>Tab. 4.8 Montážní tabulka pro zatížení námrazou N18 a oblast větru 2 .....</i>	<i>49</i>

## Použita literatura

- [1] ČSN EN 50 423 – 3 Elektrická venkovní vedení s napětím nad AC 1 kV do AC 45 kV včetně - Část 3: Soubor Národních normativních aspektů, 2002
- [2] Otčenášová, A.: Mechanika vonkajších silových vedení, skriptum ŽU Žilina 2010
- [3] Paleček, J.; Otčenášová, A.; Pokorný, M.; Golier, J.: Elektroenergetika, skriptum VŠDS Žilina 1990
- [4] Network Rail A Guide to Overhead Electrification [online]. [cit. 2019-04-4]. Dostupné z: [https://www.bathnes.gov.uk/sites/default/files/sitedocuments/Planning-and-Building-Control/Planning/nr\\_a\\_guide\\_to\\_overhead\\_electrification.pdf](https://www.bathnes.gov.uk/sites/default/files/sitedocuments/Planning-and-Building-Control/Planning/nr_a_guide_to_overhead_electrification.pdf)
- [5] Frey, S.: Railway Electrification systems & engineering, White Word Publications 2012.
- [6] Paleček, J.; Golier, J.; Pokorný, M.: Elektroenergetika I, skriptum VŠDS Žilina 1990
- [7] Lanáková, G.; Oslovič, V.: Pevné elektrické zariadenia, skriptum ŽU Žilina 2006
- [8] Electric traction Power [online]. [cit. 2019-04-4]. Dostupné z: <http://www.railway-technical.com/infrastructure/electric-traction-power.html>